

Grundlagen der Wärmelehre darstellen

Die Anlagen, Bauteile und Werkstoffe im beruflichen Arbeitsumfeld von Technikerinnen und Technikern werden durch Temperaturänderungen beeinflusst. Um sich vor unerwünschten Folgen zu schützen oder diese physikalischen Gesetzmäßigkeiten zielgerichtet und geplant einzusetzen, sind Grundlagenkenntnisse der Wärmelehre erforderlich.

In diesem Lernmodul wird deshalb im Lernbereich 1 der Einfluss der Wärme bzw. Temperatur auf feste, flüssige und gasförmige Stoffe erarbeitet.

Im Lernbereich 2 wird die Wärme als Energieart und Energieträger vorgestellt und ihre Berechnung geübt, um ökologische und ökonomische Aspekte im Betrieb analysieren, bewerten und optimieren zu können.

Voraussetzung für dieses Lernmodul ist eine erfolgreiche Bearbeitung des Lernmoduls 1 dieses Faches

- Grundlagen der Mechanik anwenden

Alle weiteren notwendigen Informationen und Arbeitsunterlagen sind in diesem Lernmodul enthalten.

Dieses Lernmodul ist im häuslichen Studium zu erarbeiten.

Der benötigte Zeitaufwand liegt bei ca. 23 Stunden.

Zusätzlich finden in den semesterbezogenen Präsenzphasen 9 Stunden Festigung und Vertiefung fachspezifischer und fächerübergreifender Zusammenhänge sowie die Beschreibung typischer Aufgaben und Problemstellungen statt.

LERNMODUL 2

Ziele

Ausgangssituation

Planung

**Komplexaufgabe
des Lernmoduls****Thermometer**

Eine Herstellerfirma für Thermometer stellt aus Sicherheitsgründen die Thermometerfüllung von Quecksilber auf Alkohol um. Die Kapillarröhrchen und Vorratsbehälter werden getrennt gefertigt und später miteinander verschweißt.

Die Skalenteilung der alten Kapillarröhrchen kann nicht verwendet werden. Der Vorratsbehälter wird weiter eingesetzt.

Die neue Skalenteilung soll auf Grad-Celsius-Abstände ausgelegt werden. Der Abstand der Maßstriche muss neu berechnet werden, um die Skalenteilung auf die neue Thermometerfüllung anzupassen.

Zur erfolgreichen Bearbeitung des Projektes werden in diesem Lernmodul die erforderlichen Grundlagen erarbeitet.

1 Wärme und Temperatur	4
1.1 Wärmeausdehnung.....	10
1.2 Zustandsänderung bei Gasen.....	25
1.3 Ausbreitung der Wärme	36
2 Wärme als Energieart und Energieträger	53
2.1 Wärmemenge und erster Hauptsatz	53
2.2 Änderung des Aggregatzustandes.....	83
2.3 Wärme als Energieträger	97
Lösungsanhang	113

Inhaltsverzeichnis

Lernbereich**1 Wärme und Temperatur**

Die **Wärmelehre** oder **Thermodynamik** ist die Lehre von energetischen Vorgängen, die im Allgemeinen mit Temperaturänderungen verbunden sind. Sie beschäftigt sich ebenso mit Wärmekraftmaschinen wie mit dem Wettergeschehen auf der Erde.

Wärmeempfinden des Menschen

Jeder Mensch kann z.B. mit seiner Hand fühlen, ob ein Gegenstand warm, kalt oder heiß ist. Er ist somit in der Lage, sich ein Urteil über den Wärmezustand, d.h. der Temperatur, eines Körpers zu bilden. Für eine genaue Temperaturbestimmung ist das Wärmeempfinden des Menschen jedoch nicht geeignet. Folgendes leicht nachzuvollziehendes Experiment soll dies verdeutlichen:

Drei Gefäße werden mit Wasser von jeweils unterschiedlicher Temperatur (kalt, lauwarm und heiß) gefüllt. Die Versuchsperson hält zunächst eine Hand in das kalte und gleichzeitig die andere Hand in das heiße Wasser. Nach einigen Minuten hält sie beide Hände in das lauwarme Wasser. Sie wird feststellen, dass ihr das Wasser mit der einen Hand wärmer und mit der anderen Hand kälter vorkommt.

Das Temperaturempfinden des Menschen ist also subjektiv und von vielen Umgebungsfaktoren abhängig.

Aufgabe der Physik ist es daher, die durch die Sinne vorgegebenen Erfahrungen von heiß und kalt in messbare, genau definierte Größen zu überführen. Die Grundgröße, die den Wärmezustand eines Körpers erfasst, ist die Temperatur.

Thermisches Gleichgewicht

Bringt man zwei unterschiedlich warme Körper miteinander in Kontakt, ändern einige Körper ohne irgendeinen Stoffaustausch ihre physikalischen Eigenschaften. Dazu gehören z.B. die Form, der Aggregatzustand, elektrische oder auch optische Eigenschaften. Nach endlicher Zeit findet keine weitere Änderung mehr statt, die beiden Körper befinden sich im **thermischen Gleichgewicht**. Alle Körper im thermischen Gleichgewicht haben eine physikalische Eigenschaft gemeinsam, die als **Temperatur** bezeichnet wird.

Temperaturmessung

Für die Temperaturmessung wird der zu untersuchende Körper mit einem Probekörper in Kontakt gebracht. Nach einer gewissen Zeit wird das thermische Gleichgewicht erreicht, beide Körper haben die gleiche Temperatur. Für ein brauchbares **Thermometer** muss der Probekörper so beschaffen sein, dass sein Wärmezustand durch eine physikalische Größe leicht zu bestimmen ist.

Celsiustemperatur 9

Der schwedische Astronom Anders Celsius (1701-1744) entwickelte das erste wissenschaftlich brauchbare Thermometer. Er nutzte dafür das temperaturabhängige Volumen von Quecksilber. Wie noch heute bei einfachen Flüssigkeitsthermometern nutzte man damals einen Vorratsbehälter mit Quecksilber, an dem eine oben verschlossene Kapillare angebracht ist. Der Bereich oberhalb des Quecksilbers in der Kapillare ist luftleer. Die Volumenänderung des Quecksilbers auf Grund von Temperaturänderungen sind an der Kapillare leicht ablesbar. Für eine Temperatur in Grad Celsius ($^{\circ}\text{C}$) gilt nach ihrem Begründer Celsius:

0 °C ist die Temperatur des schmelzenden Eises, 100 °C ist die Temperatur des siedenden Wassers (bei einem normalen Luftdruck von 1013,25 hPa).

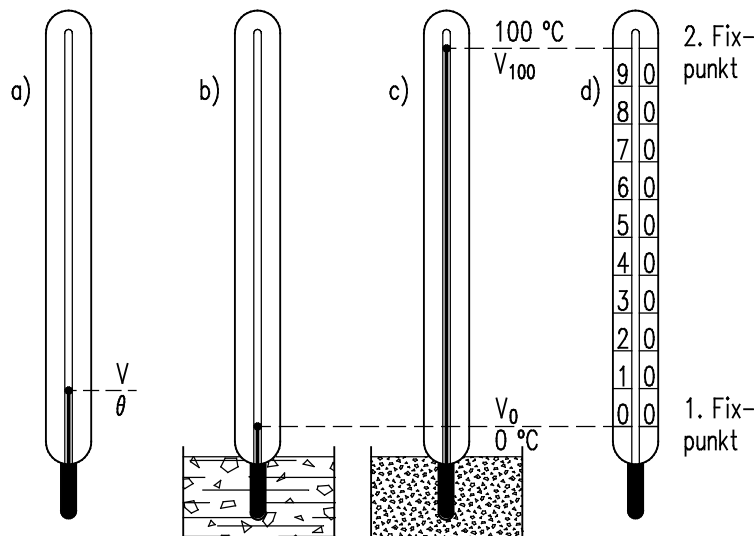


Abbildung 1 Quicksilberthermometer

Quecksilber mit dem Volumen V (Abbildung 1a) hat eine Temperatur von

$$\vartheta = 100 \text{ °C} \cdot (V - V_0) / (V_{100} - V_0),$$

wobei V_0 und V_{100} das Quecksilbervolumen bei 0 °C bzw. 100 °C (und normalen Luftdruck) ist (Abbildung 1b und c).

Bei konstantem Durchmesser der Kapillare wird der Bereich zwischen 0 °C und 100 °C in hundert gleiche Teile unterteilt. Für Temperaturmessungen unter 0 °C und über 100 °C wird die Skala nach unten und oben linear verlängert.

Absolute Temperatur T

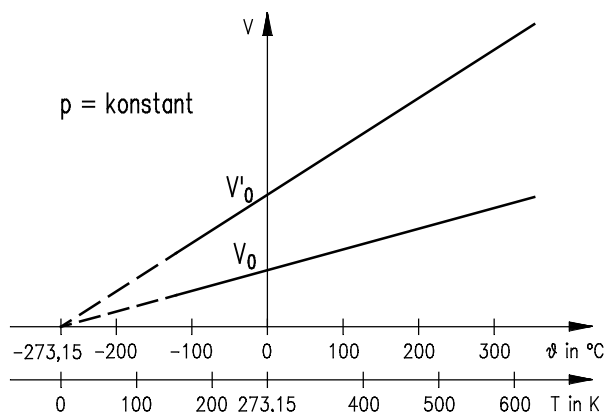


Abbildung 2 ϑ -V-Diagramm eines Gases

Im 19. Jahrhundert führten Messungen zur Volumenänderung der Gase bei Änderung der Temperatur (bei konstantem Druck) zu dem in Abbildung 2 dargestellten ϑ -V-Diagramm. Die Verlängerung der Geraden für verschiedene Ausgangsvolumina V_0 und V'_0 eines Gases schneiden alle die Temperaturachse in einem Punkt $\vartheta_0 = -273,15 \text{ °C}$.

Zudem ergaben die Untersuchungen, dass dieses Verhalten nahezu unabhängig von der Art des Gases ist, was zur Definition eines **idealen Gases** führte. Für das Volumen jedes idealen Gases bei der Temperatur $\vartheta_0 = -273,15\text{ °C}$ gilt $V(\vartheta_0) = 0$.

Die Gesetze der Thermodynamik nehmen einfache Formen an, wenn man den Schnittpunkt der Geraden bei ϑ_0 als Nullpunkt einer neuen Temperaturskala wählt. Auf Vorschlag des englischen Physikers Sir William Thomson (Lord Kelvin) bezeichnet man die Temperatur $\vartheta_0 = -273,15$ als **absoluten Nullpunkt** und die neue Temperaturskala als **absolute Temperaturskala**. Zur Unterscheidung von der Celsius-Temperatur ϑ wird die absolute Temperatur auch als **Kelvin-Temperatur T** bezeichnet, mit der Einheit $[T] = 1\text{ K}$. Für die Umrechnung von absoluter Temperatur T und Celsius-Temperatur ϑ gilt:

$$T = 273,15\text{ K} + \vartheta\text{ K/°C oder } \vartheta = (T - 273,15\text{ K})\text{ °C/K}$$

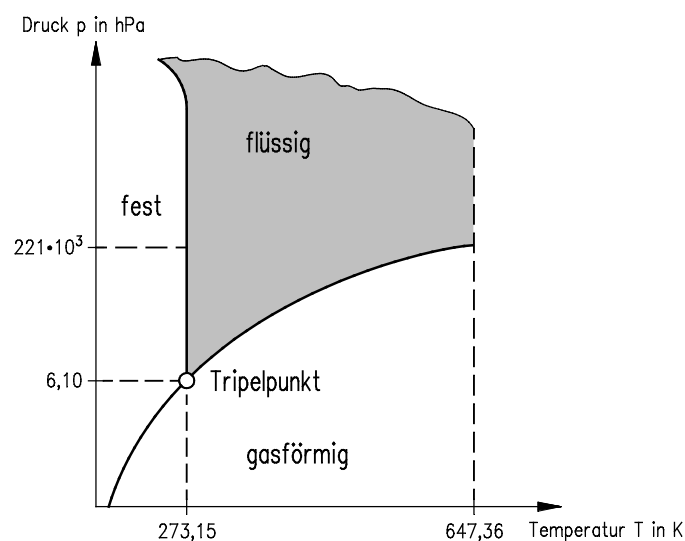


Abbildung 3 Zustandsdiagramm des Wassers

Die Basiseinheit der Temperatur im SI-System ist die absolute Temperatur in Kelvin. Für die Festlegung der Temperaturskala wurde neben dem Nullpunkt als zweiter Fixpunkt nicht die Eistemperatur, die leicht druckabhängig ist, sondern die Temperatur des **Tripelpunkts** des Wassers gewählt. Am Tripelpunkt des Wasser existieren Wasser, Eis und Wasserdampf im thermodynamischen Gleichgewicht nebeneinander (Abbildung 3). Der Tripelpunkt stellt sich bei einer Temperatur von $\vartheta = 0,01\text{ °C}$ oder $T = 273,15\text{ K}$ und einem Druck von $p = 6,10\text{ hPa}$ ein. Die Definition der absoluten oder Kelvin-Temperatur lautet somit:

Ein ideales Gas vom Volumen V hat die Temperatur $T = 273,15\text{ K} (V/V_T)$, wenn V_T sein Volumen am Tripelpunkt des Wassers ($p = 6,10\text{ hPa}$) ist.

In der Technik gilt die Vereinbarung, dass Temperaturdifferenzen in Kelvin angegeben werden.

Die Umrechnung von $\Delta\vartheta$ in ΔT ist jedoch auf Grund des linearen Zusammenhanges zwischen den beiden Temperaturskalen einfach. Es gilt $\Delta\vartheta = \Delta T$.

Temperaturmessgeräte

Flüssigkeitsthermometer

Auch heute findet das von Celsius entwickelte **Quecksilberthermometer** (Abbildung 1) seine Anwendung. Da Quecksilber bei ca. -39 °C erstarrt und bei 357 °C siedet, können Quecksilberthermometer nur für Messungen zwischen -30 °C und $+300\text{ °C}$ verwendet werden.

Für die Messung von Temperaturen bis -100 °C verwendet man Alkohol oder Weingeist, für Temperaturen bis -200 °C Pentan als Thermometerflüssigkeit.

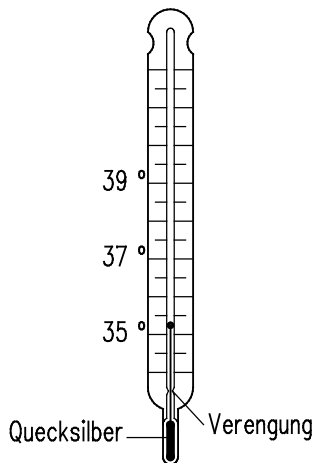


Abbildung 4 Fieberthermometer

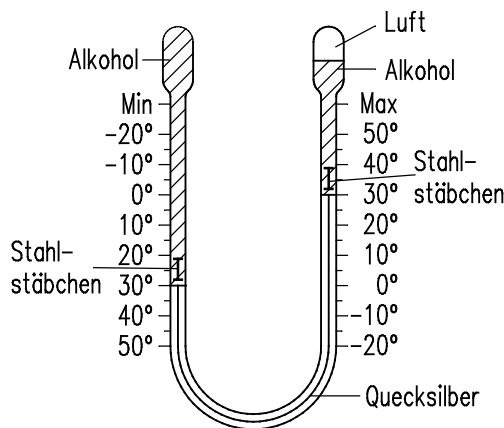


Abbildung 5 Minimum-Maximum-Thermometer

Das **Fieberthermometer** (Abbildung 4) ist eine Variante des Flüssigkeitsthermometers und arbeitet als **Maximumthermometer**.

Durch eine Verengung am Ende des Glasgefäßes reißt der Quecksilberfaden beim Abkühlen ab und kann nicht in das Gefäß zurückweichen. Es wird die höchste Temperatur angezeigt, die während einer Messung erreicht wurde.

Ein Thermometer, das sowohl die niedrigste als auch die höchste Temperatur während eines Messvorgangs anzeigt, ist das **Minimum-Maximum-Thermometer** (Abbildung 5).

Erwärmt sich das Thermometer, so dehnt sich der Alkohol und das Quecksilber aus. Dadurch bewegt sich der Quecksilberfaden im rechten Rohrteil nach oben und schiebt das Stahlstäbchen und den darüber befindlichen Alkohol vor sich her. Dabei wird die Luft über dem Alkohol zusammengedrückt. Nimmt nun die Temperatur ab, so zieht sich der Alkohol im linken Rohrteil zusammen. Durch den Druck der zusammengedrückten Luft wird der Quecksilberfaden in den linken Rohrteil gedrückt und schiebt das linke Stahlstäbchen vor sich her, während das rechte Stahlstäbchen durch die Reibung an der Rohrwand stecken bleibt. Steigt nun die Temperatur wieder, so bleibt das linke Stäbchen in der höchsten Lage.

Auf diese Weise kann die während eines Messzyklus erreichte höchste und tiefste Temperatur abgelesen werden. Nach der Messung werden die beiden Stahlstäbchen mit einem Magneten wieder an die Enden der Quecksilbersäule herangeführt.

Bimetallthermometer

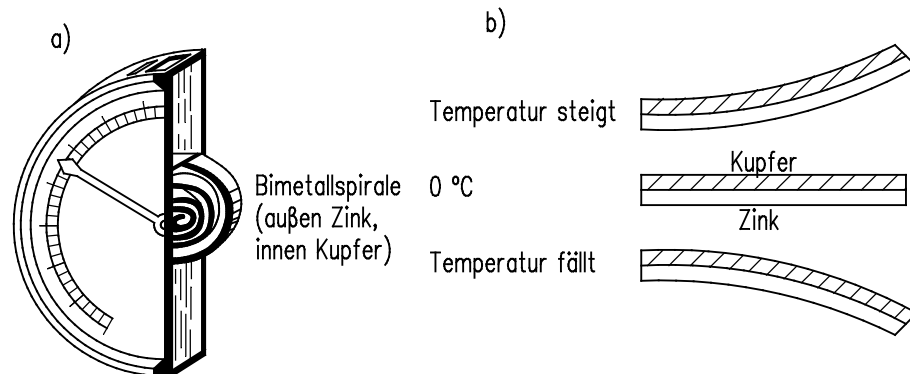


Abbildung 6 Bimetallthermometer

Zwei verschiedene Metalle (z.B. Zink und Kupfer) werden zu einer so genannten Bimetallspirale zusammengeschweißt. Bei Erwärmung dehnt sich das Zink stärker aus als das Kupfer, bei Abkühlung zieht sich das Zink mehr zusammen als Kupfer. Die dadurch entstehende Bewegung der Spirale wird auf einen Zeiger übertragen, der über eine geeichte Skala streicht.

Widerstandsthermometer

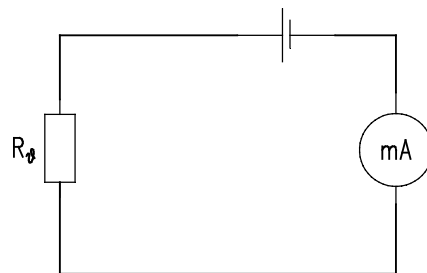


Abbildung 7 Schaltbild eines Widerstandsthermometers

Das Widerstandsthermometer beruht auf der Tatsache, dass sich der elektrische Widerstand elektrischer Leiter bei Temperaturänderung verändert. In einem Stromkreis ergeben sich dadurch Stromänderungen, die an einem Strommessgerät abgelesen werden können. Heute werden metallische Thermowiderstände oder auf Halbleiterbasis hergestellte Heiß- oder Kaltleiter (NTC oder PTC) eingesetzt.

Durch eine entsprechende Eichung des Strommessgerätes ist eine direkte Ablesung der Temperatur möglich.

Thermoelement

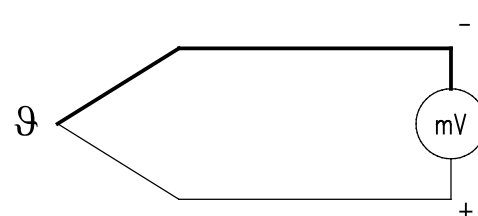


Abbildung 8 Schaltbild eines Thermoelements

Wird die Lötstelle zweier verschiedener Metalle (z.B. Kupfer und Konstantan) erwärmt, so entsteht an den anderen Enden eine Spannung in der Größenordnung von einigen mV. Diese Thermospannung ist in weiten Bereichen proportional zum Temperaturunterschied zwischen der Lötstelle und den kalten Drahtenden.

Eicht man die Skala des angeschlossenen Spannungsmessgerätes entsprechend, so kann die Temperatur direkt abgelesen werden.

Thermoelemente gebräuchlicher Zusammensetzungen decken einen Temperaturbereich von $-200\text{ }^{\circ}\text{C}$ bis $1600\text{ }^{\circ}\text{C}$ ab.

Temperaturbestimmung aus der Schmelztemperatur

Die meisten Stoffe schmelzen immer bei derselben Temperatur. Auf dieser Tatsache beruht die Beurteilung der Temperatur mit den **Seegerkegeln**. Seegerkegel sind dreiseitige Pyramiden aus Quarz und Metalloxiden. Ihre Erweichungstemperatur wird durch Umbiegen der Pyramidenspitze angezeigt (Abbildung 9).



Abbildung 9 Seegerkegel

Seegerkegel werden häufig zur zusätzlichen Überwachung von Ofentemperaturen in automatischen Produktionsanlagen eingesetzt. Durch verschiedene Zusammensetzung stellt man Seegerkegel mit Schmelzpunkten zwischen $600\text{ }^{\circ}\text{C}$ und $2000\text{ }^{\circ}\text{C}$ in Stufen von 20 K bis 40 K her. Man wählt zur Temperaturüberwachung denjenigen Kegel, dessen Schmelzpunkt am genauesten die zu überwachende Temperatur anzeigt.

Wärmeempfindliche Farbstoffe

Viele chemische Substanzen zeigen bei bestimmten Temperaturen einen plötzlichen Farbumschlag. Einige dieser Substanzen verwendet man u.a. als Farbanstriche für Motorenteile, Lager und Getriebe zur Temperaturüberwachung. Der Vorteil liegt vor allem darin, dass nicht nur die Temperatur in einem Punkt, sondern die Temperaturverteilung am ganzen damit bestrichenen Werkstück erkannt werden kann. Der Anwendungsbereich solcher Substanzen liegt zwischen etwa $40\text{ }^{\circ}\text{C}$ und $650\text{ }^{\circ}\text{C}$.

Glühfarben

Auch ohne Instrumente ist eine ungefähre Temperaturbestimmung aus der Glühfarbe möglich. Bei etwa $500\text{ }^{\circ}\text{C}$ beginnt ein Körper zunächst eine dunkelrote Strahlung auszusenden, deren Farbe sich mit zunehmender Temperatur allmählich ändert. Bei $900\text{ }^{\circ}\text{C}$ wird sie hellrot, bei $1100\text{ }^{\circ}\text{C}$ orange, bei $1300\text{ }^{\circ}\text{C}$ gelb, bei $1500\text{ }^{\circ}\text{C}$ weiß, bei $2000\text{ }^{\circ}\text{C}$ grünlich und bei $3000\text{ }^{\circ}\text{C}$ bläulich. Damit ist eine grobe Einschätzung der Temperatur bereits mit dem Auge möglich.

Strahlungspyrometer

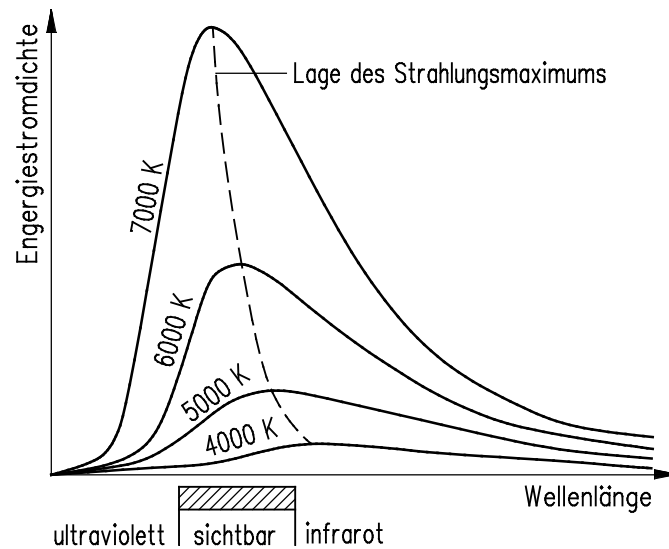


Abbildung 10 Energiestromdichte als Funktion der Wellenlänge für verschiedene Körpertemperaturen

Die von einem glühenden Körper ausgehende Strahlung hängt nach Intensität (Energiestromdichte) und Wellenlänge (Farbe) von der Temperatur des strahlenden Körpers ab (Abbildung 10). Durch Messung der Strahlungsintensität in Abhängigkeit von der Wellenlänge kann man mit einem Strahlungspyrometer die Temperatur bestimmen. Anwendung findet dieses Verfahren z.B. bei der Temperaturmessung von Planeten, Sternen und anderer Himmelskörper.

1.1 Wärmeausdehnung

Feste Körper dehnen sich bei Erwärmung aus und ziehen sich bei Abkühlung zusammen. Ursache hierfür ist die durch die Temperaturänderung hervorgerufene Änderung der Wärmeenergie des Körpers.

Bei Temperaturen größer Null Kelvin schwingen die Atome bzw. Moleküle eines Festkörpers um ihre Ruhelage im Gitter. Die Schwingungsamplitude ist abhängig von der Temperatur und damit von der im Festkörper gespeicherten Wärmeenergie. Wird die Temperatur eines Körpers durch Zuführung von Wärmeenergie erhöht, vergrößert sich die Schwingungsamplitude und damit der von den einzelnen Atomen benötigte Schwingungsraum im Gitter. Dies führt zu einer Vergrößerung des Gitterabstandes und damit zu einer Volumenvergrößerung des Festkörpers. Die Volumenänderung ist dabei von der Gitterstruktur und den Gitteratomen bzw. -molekülen des Körpers abhängig und somit eine stoffspezifische Größe.

Längenausdehnung fester Körper

Bei vielen lang gestreckten Körpern wie Drähten, Stangen, Rohren, Schienen usw. beachtet man nur die Längenausdehnung und vernachlässigt die Zunahme des Querschnittes.

Um die Längenausdehnung von Festkörpern sichtbar und messbar zu machen, setzt man empfindliche Längenmessgeräte, Dilatometer, ein. Abbildung 11 zeigt einen einfachen Versuchsaufbau zur Bestimmung der Längenausdehnung fester Körper.

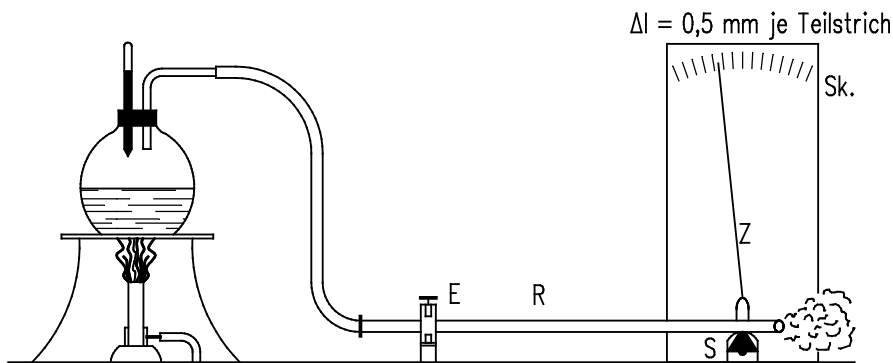


Abbildung 11 Versuchsaufbau zur Messung der Längenausdehnung fester Körper

Ein Metall- oder Glasrohr wird an einem Ende E eingespannt und mit einer eingefrästen Kerbe auf eine drehbar gelagerte Schneide S gelegt. Die Drehung der Schneide durch die Längenänderung wird durch einen Zeiger angezeigt. Ein Teilstrich auf der Skala entspricht dabei einer Längenänderung von z.B. $\Delta l = 0,5 \text{ mm}$. Je nach Bewegungsrichtung des Zeigers kann zwischen einer Längenzunahme oder -abnahme unterschieden werden.

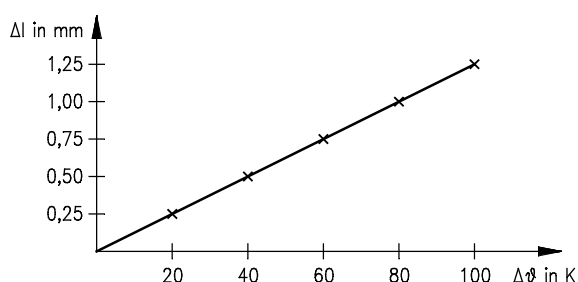
Zwischen den Punkten E und S hat das Rohr bei einer Temperatur von $\vartheta_0 = 0 \text{ °C}$ eine Länge von $l_0 = 1000 \text{ mm}$. Die durch eine Temperaturerhöhung von $\Delta\vartheta = \vartheta - \vartheta_0$ hervorgerufene Längenänderung $\Delta l = l - l_0$ kann auf der Skala direkt abgelesen werden.

Führt man eine Messreihe durch, indem man nacheinander das Rohr mit Eiswasser von 0 °C , Wasser von 20 °C , 40 °C , 60 °C , 80 °C und Wasserdampf von 100 °C durchströmt, ergeben sich die in Tabelle 1 aufgeführten Messergebnisse.

$\vartheta \text{ in } \text{°C}$	$\Delta\vartheta \text{ in K}$	$\Delta l \text{ in mm}$	$\frac{\Delta l}{\Delta\vartheta} \text{ in } \frac{\text{mm}}{\text{K}}$
0	0	0	–
20	20	0,25	0,0125
40	40	0,51	0,0128
60	60	0,75	0,0125
80	80	0,99	0,0124
100	100	1,25	0,0125

Tabelle 1 Messung der Längenausdehnung eines Metallrohres

Stellt man die Längenänderung Δl als Funktion der Temperaturänderung $\Delta\vartheta$ dar, ergibt sich die in Abbildung 12 dargestellte Gerade.

Abbildung 12 Längenänderung Δl als Funktion der Temperaturänderung $\Delta\vartheta$

Dies bedeutet, dass die Längenzunahme des Rohres Δl direkt proportional zur Temperaturänderung $\Delta \vartheta$ ist:

$$\Delta l \sim \Delta \vartheta$$

Durch die Quotientenbildung $\Delta l / \Delta \vartheta$ (Tabelle 1) wird dies bestätigt, es gilt

$$\Delta l / \Delta \vartheta = \text{konst.}$$

Die in der Tabelle auftretenden geringen Abweichungen sind auf Ablesefehler bei der Längenmessung zurück zu führen.

Führt man mit der gleichen Versuchsanordnung Längenmessungen bei einer konstanten Temperaturerhöhung $\Delta \vartheta = \text{konst.}$ jedoch mit verschiedenen Ausgangslängen l_0 durch, ergibt sich die folgende Proportionalität:

$$\Delta l \sim l_0$$

Beide Proportionalitäten ergeben folgende Aussage über die Längenänderung:

$$\Delta l \sim l_0 \cdot \Delta \vartheta$$

Mit einem Proportionalitätsfaktor α ergibt sich folgendes Gesetz für die Längenänderung:

$$\Delta l = \alpha \cdot l_0 \cdot \Delta \vartheta \quad (\text{Formel 1})$$

Die Konstante α wird als **Längenausdehnungskoeffizient** oder **Längenausdehnungszahl** bezeichnet.

Die Definition für diese stoffspezifische Konstante lautet

$$\alpha = \frac{\Delta l}{l_0 \cdot \Delta \vartheta} \quad (\text{Formel 2})$$

mit der Einheit

$$[\alpha] = \frac{[\Delta l]}{[l_0] \cdot [\Delta \vartheta]} = \frac{\text{m}}{\text{m} \cdot \text{K}} = \frac{1}{\text{K}}$$

und folgender physikalischen Bedeutung:

Der Längenausdehnungskoeffizient α gibt an, um wie viel Meter sich ein Stab der Ausgangslänge 1 m (bei 0 °C) ausdehnt, wenn seine Temperatur um 1 K erhöht wird.

Um die Längenausdehnungszahl experimentell zu bestimmen, wird ein Stab bekannter Ausgangslänge l_0 in m bei $\vartheta_0 = 0 \text{ °C}$ um die Temperatur $\Delta \vartheta$ erwärmt und die dadurch entstehende Längenänderung Δl gemessen. Durch Einsetzen der Größen in die Definitionsgleichung (Formel 2) ergibt sich der Längenausdehnungskoeffizient α .

In Tabelle 2 sind die Längenausdehnungskoeffizienten für einige Materialien zusammengestellt.

Stoff	α in $\frac{1}{K}$
Zelluloid	$10,0 \cdot 10^{-5}$
PVC	$7,8 \cdot 10^{-5}$
Plexiglas	$7,0 \cdot 10^{-5}$
Zink	$3,0 \cdot 10^{-5}$
Blei	$2,9 \cdot 10^{-5}$
Aluminium	$2,4 \cdot 10^{-5}$
Zinn	$2,3 \cdot 10^{-5}$
Silber	$2,0 \cdot 10^{-5}$
Messing	$1,8 \cdot 10^{-5}$
Kupfer	$1,6 \cdot 10^{-5}$
Stahl (unlegiert)	$1,2 \cdot 10^{-5}$
Beton	$1,2 \cdot 10^{-5}$
Platin	$0,90 \cdot 10^{-5}$
Glas	$0,79 \cdot 10^{-5}$
Porzellan	$0,30 \cdot 10^{-5}$
Invar	$0,15 \cdot 10^{-5}$
Quarzglas	$0,05 \cdot 10^{-5}$

Tabelle 2 Längenausdehnungskoeffizienten einiger Stoffe

Ersetzt man in Formel 1 die Längenänderung Δl durch die Differenz aus Endlänge l_g und Anfangslänge l_0 , so erhält man:

$$l_g - l_0 = \alpha \cdot l_0 \cdot \Delta \vartheta$$

oder

$$l_g = l_0 + \alpha \cdot l_0 \cdot \Delta \vartheta$$

Durch Ausklammern von l_0 ergibt sich folgendes **Längenausdehnungsgesetz**:

$$l_g = l_0 (1 + \alpha \cdot \Delta \vartheta) \quad (\text{Formel 3})$$

Wichtig für die Berechnung von Längenausdehnungen ist, dass immer mit der Länge l_0 bei 0°C gerechnet werden sollte.

Lehrbeispiel 1

Bei 0°C hat eine Eisenbahnschiene aus unlegiertem Stahl eine Länge von 15000 mm.

1.1 Wie groß ist die Längenzunahme im Sommer bei einer Erwärmung auf 50°C ?

1.2 Wie groß ist die Längenabnahme im Winter bei einer Abkühlung auf -20°C ?

Lösung

Lehrbeispiel 1.1

Geg.: $l_0 = 15000 \text{ mm}$; $\vartheta = 50 \text{ °C}$; $\alpha = 1,2 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$

Ges.: Δl

$$\Delta \vartheta = \vartheta - 0 \text{ °C} = 50 \text{ °C} - 0 \text{ °C} \hat{=} 50 \text{ K}$$

$$\Delta l = \alpha \cdot l_0 \cdot \Delta \vartheta = 1,2 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1} \cdot 15000 \text{ mm} \cdot 50 \text{ K} = \underline{\underline{9,0 \text{ mm}}}$$

Im Sommer beträgt die Längenzunahme 9,0 mm.

Lehrbeispiel 1.2

Geg.: $l_0 = 15000 \text{ mm}$; $\vartheta = -20 \text{ °C}$; $\alpha = 1,2 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$

Ges.: Δl

$$\Delta \vartheta = \vartheta - 0 \text{ °C} = -20 \text{ °C} - 0 \text{ °C} \hat{=} -20 \text{ K}$$

$$\Delta l = \alpha \cdot l_0 \cdot \Delta \vartheta = 1,2 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1} \cdot 15000 \text{ mm} \cdot (-20 \text{ K}) = \underline{\underline{-3,6 \text{ mm}}}$$

Im Winter beträgt die Längenabnahme 3,6 mm.

Aus dem Lehrbeispiel wird deutlich, dass bei einer Temperaturabnahme $\Delta \vartheta$ und dadurch auch Δl negativ werden.

Ein negatives Ergebnis für Δl bedeutet immer eine Längenabnahme.

Lehrbeispiel 2

Auf welche Temperatur muss ein Plexiglasstab, der bei 0 °C eine Länge von 200 mm hat, abgekühlt werden, damit er sich um $0,20 \text{ mm}$ zusammenzieht?

Lösung

Geg.: $l_0 = 200 \text{ mm}$; $\Delta l = -0,2 \text{ mm}$; $\alpha = 7,0 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$

Ges.: ϑ

$$\Delta \vartheta = \vartheta - 0 \text{ °C}$$

$$\vartheta = \Delta \vartheta + 0 \text{ °C}$$

$$\Delta l = \alpha \cdot l_0 \cdot \Delta \vartheta$$

$$\Delta \vartheta = \frac{\Delta l}{\alpha \cdot l_0} = \frac{-0,2 \text{ mm}}{7 \cdot 10^{-5} \cdot \text{K}^{-1} \cdot 200 \text{ mm}} = -14 \text{ K}$$

$$\vartheta = -14 \text{ K} + 0 \text{ °C} = \underline{\underline{-14 \text{ °C}}}$$

Der Plexiglasstab muss auf -14 °C abgekühlt werden.

Lehrbeispiel 3

Eine Kupferschiene hat bei 22,0 °C eine Länge von 2000 mm. Welche Länge hat sie bei 50 °C?

Lösung

Geg.: $l_1 = 2000 \text{ mm}$; $\vartheta_1 = 22,0 \text{ °C}$; $\vartheta_2 = 50,0 \text{ °C}$; $\alpha = 1,6 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$

Ges.: l_2

Da die Länge der Kupferschiene bei 0 °C nicht angegeben ist, in den Formeln für die Längenausdehnung jedoch benötigt wird, ist zunächst die Länge l_0 aus l_1 bei ϑ_1 zu berechnen.

$$l_1 = l_0 \cdot (1 + \alpha \cdot \Delta\vartheta)$$

$$l_0 = \frac{l_1}{1 + \alpha \cdot \Delta\vartheta}$$

$$\Delta\vartheta = \vartheta_1 - 0 \text{ °C} = 22 \text{ °C} - 0 \text{ °C} \hat{=} 22 \text{ K}$$

$$l_0 = \frac{2000 \text{ mm}}{1 + 1,6 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1} \cdot 22 \text{ K}} = 1999,3 \text{ mm}$$

Mit der berechneten Länge l_0 bei 0 °C kann nun die zweite Länge bei 50 °C berechnet werden.

$$l_2 = l_0 \cdot (1 + \alpha \cdot \Delta\vartheta)$$

$$\Delta\vartheta = \vartheta_2 - 0 \text{ °C} = 50 \text{ °C} - 0 \text{ °C} \hat{=} 50 \text{ K}$$

$$l_2 = 1999,3 \text{ mm} \cdot (1 + 1,6 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1} \cdot 50 \text{ K}) = \underline{\underline{2000,9 \text{ mm}}}$$

Die Kupferschiene hat bei 50 °C eine Länge von 2000,9 mm.

Da α sehr klein ist und die Rechnungen bei unbekannter Länge l_0 relativ aufwändig sind, werden für Rechnungen in der Praxis sehr häufig folgende **Näherungsformeln** für die Längenausdehnungsgesetze herangezogen:

$$\Delta l = \alpha \cdot l_1 \cdot \Delta\vartheta \quad (\text{Formel 4})$$

$$l_2 = l_1 \cdot (1 + \alpha \cdot \Delta\vartheta) \quad (\text{Formel 5})$$

mit $\Delta\vartheta = \vartheta_2 - \vartheta_1$ und $\Delta l = l_2 - l_1$.

Lehrbeispiel 4

Wie ändert sich das Ergebnis von Lehrbeispiel 3, wenn die Länge l_2 mit der Näherungsformel berechnet wird?

Lösung

Geg.: $l_1 = 2000 \text{ mm}$; $\vartheta_1 = 22,0 \text{ }^\circ\text{C}$; $\vartheta_2 = 50,0 \text{ }^\circ\text{C}$; $\alpha = 1,6 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$

Ges.: l_2

$$l_2 = l_1 \cdot (1 + \alpha \cdot \Delta\vartheta)$$

$$\Delta\vartheta = \vartheta_2 - \vartheta_1 = 50 \text{ }^\circ\text{C} - 20 \text{ }^\circ\text{C} \hat{=} 28 \text{ K}$$

$$l_2 = 2000 \text{ mm} (1 + 1,6 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1} \cdot 28 \text{ K}) = 2000,896 \text{ mm} = \underline{\underline{2000,9 \text{ mm}}}$$

Der Fehler bei der Berechnung der Endlänge mit der Näherungsformel ist bei kurzen Längen und kleinen Temperaturunterschieden sehr gering und nach der Rundung nicht mehr festzustellen.

Ob die Rechnungen nach den Längenausdehnungsgesetzen oder mit den Näherungsformeln durchgeführt werden können, richtet sich nach der jeweiligen Aufgabenstellung.

Die Längenausdehnung fester Körper spielt im täglichen Leben eine wichtige Rolle:

Bei Brücken wird z.B. nur eine Seite fest verankert. Die zweite Seite wird auf Rollen gelagert, um die Längenänderungen der Brücke bei Temperaturschwankungen zu ermöglichen.

Hochspannungsleitungen werden beim Verlegen nicht straff gespannt, da sie sonst im Winter bei starker Abkühlung reißen würden.

Die Krümmung von Bimetallstreifen bei Erwärmung wird für elektrische Schalter in den Thermostaten von Kühlschränken, Bügeleisen, etc. ausgenutzt.

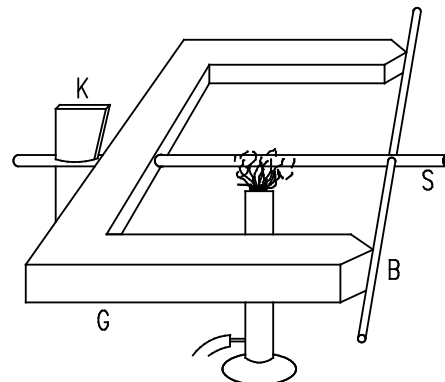


Abbildung 13 Bolzensprenger

Die bei der Längenänderung auftretenden Kräfte und Spannungen können mit einem Bolzensprenger (Abbildung 13) gut veranschaulicht werden.

Ein Rundstahl S ist mit einem Keil K fest gegen einen gusseisernen Bolzen B in ein Gestell G eingespannt. Erhitzt man den Rundstab mit einem Bunsenbrenner, kann der Keil nachgeschoben werden, da sich der Rundstahl ausdehnt. Beim Abkühlen zieht sich der Rundstab zusammen und sprengt den Bolzen.

Volumenausdehnung fester Körper

Alle realen Körper dehnen sich bei Temperaturerhöhung nicht nur in ihrer Länge aus, sondern es kommt auch zu einer Querschnittsvergrößerung und damit zu einer Volumenvergrößerung.

Die Volumenänderungsgesetze für feste, isotrope Körper lassen sich aus den Längenausdehnungsgesetzen ableiten. Anisotrope Körper, das sind Körper, bei denen die Größe des Längenausdehnungskoeffizienten α von der Kristallrichtung abhängt, werden hier nicht behandelt.

Die Herleitung der Volumenausdehnungsgesetze wird anhand eines quaderförmigen Modellkörpers (Abbildung 14) durchgeführt.

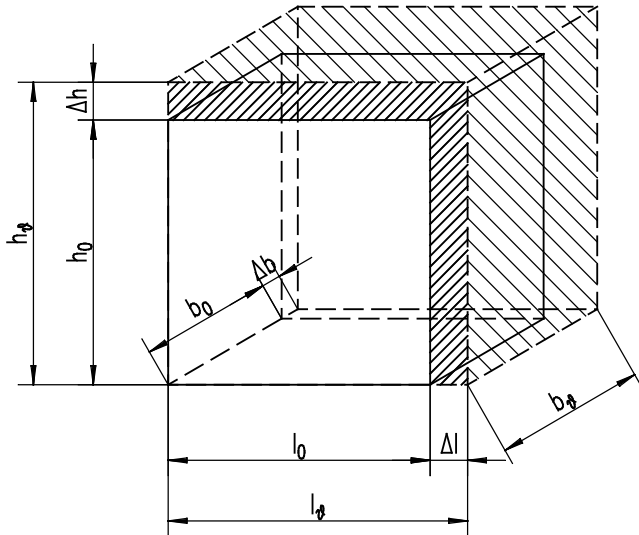


Abbildung 14 Abmessungen des Modellquaders

Wird der Quader erwärmt, dehnt er sich in der Länge, in der Breite und in der Höhe nach dem Längenausdehnungsgesetz (Formel 3) aus:

$$l_g = l_0 \cdot (1 + \alpha \cdot \Delta\vartheta)$$

$$b_g = b_0 \cdot (1 + \alpha \cdot \Delta\vartheta)$$

$$h_g = h_0 \cdot (1 + \alpha \cdot \Delta\vartheta)$$

Für das Volumen bei der Temperatur ϑ gilt dann:

$$V_g = l_g \cdot b_g \cdot h_g$$

Setzt man obige Gleichungen in die Volumenformel ein, so folgt:

$$V_g = l_0 \cdot (1 + \alpha \cdot \Delta\vartheta) \cdot b_0 \cdot (1 + \alpha \cdot \Delta\vartheta) \cdot h_0 \cdot (1 + \alpha \cdot \Delta\vartheta)$$

oder

$$V_g = l_0 \cdot b_0 \cdot h_0 \cdot (1 + \alpha \cdot \Delta\vartheta)^3$$

Das Produkt $l_0 \cdot b_0 \cdot h_0$ ist jedoch das Volumen V_0 bei $\vartheta_0 = 0^\circ\text{C}$ und es ergibt sich

$$V_g = V_0 (1 + \alpha \cdot \Delta\vartheta)^3$$

oder

$$V_g = V_0 \cdot (1 + 3 \cdot \alpha \cdot \Delta\vartheta + 3 \cdot \alpha^2 \cdot \Delta\vartheta^2 + \alpha^3 \cdot \Delta\vartheta^3)$$

Da die Längenausdehnungskoeffizienten sehr klein sind, können die beiden Terme $3 \cdot \alpha^2 \cdot \Delta\vartheta^2$ und $\alpha^3 \cdot \Delta\vartheta^3$ im Rahmen der Messgenauigkeit vernachlässigt werden und es folgt:

$$V_g \approx V_0 \cdot (1 + 3 \cdot \alpha \cdot \Delta\vartheta)$$

Mit dem **Volumenausdehnungskoeffizienten** $\beta = 3 \cdot \alpha$ ergibt sich folgendes Volumenausdehnungsgesetz:

$$V_9 = V_0 \cdot (1 + \beta \cdot \Delta\vartheta) \quad (\text{Formel 6})$$

Umformung von Formel 6 ergibt

$$\begin{aligned} V_9 &= V_0 + \beta \cdot V_0 \cdot \Delta\vartheta \\ V_9 - V_0 &= \beta \cdot V_0 \cdot \Delta\vartheta \end{aligned}$$

und mit $\Delta V = V_9 - V_0$ folgt:

$$\Delta V = \beta \cdot V_0 \cdot \Delta\vartheta \quad (\text{Formel 7})$$

Man erkennt, dass sich die Volumenausdehnungskoeffizienten der festen Körper aus den Längenausdehnungskoeffizienten berechnen lassen. Daher werden keine zusätzlichen Tabellen benötigt.

Die am Quader hergeleiteten Gesetze der Formel 6 und der Formel 7 lassen sich auf alle isotropen festen Körper übertragen. Die Volumenänderungen von Hohlkörpern wie Glaskolben, Hohlkugeln, etc. werden wie bei massiven Körpern berechnet:

Wie bei der Längenausdehnung können auch für die Volumenausdehnung Näherungsformeln angegeben werden, deren Einsatz wiederum von der Aufgabenstellung abhängt.

$$V_2 = V_1 \cdot (1 + \beta \cdot \Delta\vartheta) \quad (\text{Formel 8})$$

$$\Delta V = \beta \cdot V_1 \cdot \Delta\vartheta \quad (\text{Formel 9})$$

Mit $\beta = 3 \cdot \alpha$ und $\Delta\vartheta = \vartheta_2 - \vartheta_1$ und $\Delta V = V_2 - V_1$.

Lehrbeispiel 5

Um wie viel Kubikdezimeter ändert sich das Volumen einer Betonwand von 8,00 m Länge, 2,75 m Höhe und 18,0 cm Dicke, wenn sie Temperaturschwankungen von -25°C bis 45°C ausgesetzt ist? (Näherungsformel)

Lösung

Geg.: $l = 8,00 \text{ m}$; $h = 2,75 \text{ m}$; $d = 0,18 \text{ m}$; $\vartheta_1 = -25^\circ\text{C}$; $\vartheta_2 = 45^\circ\text{C}$; $\alpha = 1,2 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$
Ges.: ΔV

$$\begin{aligned} \Delta V &= \beta \cdot V_1 \cdot \Delta\vartheta = 3 \cdot \alpha \cdot V_1 \cdot \Delta\vartheta \\ \Delta\vartheta &= \vartheta_2 - \vartheta_1 = 45^\circ\text{C} - (-25^\circ\text{C}) = 70 \text{ K} \\ \Delta V &= 3 \cdot \alpha \cdot V_1 \cdot \Delta\vartheta = 3 \cdot 1,2 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1} \cdot 8 \text{ m} \cdot 2,75 \text{ m} \cdot 0,18 \text{ m} \cdot 70 \text{ K} \\ \Delta V &= 9,9792 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 = 9,9792 \text{ dm}^3 \approx \underline{\underline{10 \text{ dm}^3}} \end{aligned}$$

Das Volumen der Betonwand ändert sich um ca. 10 dm^3 .

Lehrbeispiel 6

Das Volumen einer Hohlkugel aus Aluminium nahm bei Abkühlung um 0,5 % ab.

Wie groß war die Temperaturänderung?

Lösung

Geg.: $\Delta V = -0,50 \%$; $\alpha = 2,4 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$

Ges.: $\Delta \vartheta$

$$\Delta V = -0,50 \% \Rightarrow \frac{\Delta V}{V_1} = \frac{-0,50 \%}{100 \%} = -0,0050$$

$$\Delta V = \beta \cdot V_1 \cdot \Delta \vartheta$$

$$\Delta \vartheta = \frac{\Delta V}{\beta \cdot V_1} \quad \text{mit } \beta = 3 \cdot \alpha \text{ folgt}$$

$$\Delta \vartheta = \frac{1}{3 \cdot \alpha} \cdot \frac{\Delta V}{V_1} = \frac{1}{3 \cdot 2,4 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}} \cdot (-0,0050) = \underline{\underline{-69 \text{ K}}}$$

Die Temperatur sank um 69 K.

Lehrbeispiel 7

Bei 0 °C ist die Dichte von Blei 11,3 kg/dm³.

Wie groß ist die Dichte bei 187 °C und bei –73 °C?

Lösung

Geg.: $\rho_0 = 11,3 \text{ kg/dm}^3$; $\vartheta_0 = 0 \text{ °C}$; $\vartheta_1 = 187 \text{ °C}$; $\vartheta_2 = -73 \text{ °C}$; $\alpha = 2,9 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$

Ges.: ρ_1 ; ρ_2

Da sich bei einer Temperaturänderung das Volumen nicht aber die Masse ändert, gilt:

$$\rho_0 = \frac{m}{V_0} \Rightarrow m = \rho_0 \cdot V_0$$

$$\rho_1 = \frac{m}{V_1}$$

$$\rho_2 = \frac{m}{V_2}$$

Berechnung von ρ_1 :

$$V_1 = V_0 \cdot (1 + \beta \cdot \Delta \vartheta)$$

$$\rho_1 = \frac{m}{V_0 \cdot (1 + \beta \cdot \Delta \vartheta)} = \frac{\rho_0 \cdot V_0}{V_0 \cdot (1 + \beta \cdot \Delta \vartheta)} = \frac{\rho_0}{1 + 3 \cdot \alpha \cdot \Delta \vartheta}$$

$$\Delta \vartheta = \vartheta_1 - 0 \text{ °C} = 187 \text{ °C} - 0 \text{ °C} = 187 \text{ K}$$

$$\rho_1 = \frac{11,3 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}}{1 + 3 \cdot 2,9 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1} \cdot 187 \text{ K}} = \underline{\underline{11,1 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}}}$$

Die Dichte von Blei beträgt bei 187 °C 11,1 kg/dm³.

Analog gilt für ρ_2 :

$$\rho_2 = \frac{\rho_0}{1 + 3 \cdot \alpha \cdot \Delta\vartheta}$$

$$\Delta\vartheta = \vartheta_2 - 0 \text{ °C} = -73 \text{ °C} - 0 \text{ °C} = -73 \text{ K}$$

$$\rho_2 = \frac{11,3 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}}{1 + 3 \cdot 2,9 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1} \cdot (-73 \text{ K})} = \underline{\underline{11,4 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}}}$$

Die Dichte von Blei beträgt bei -73 °C 11,4 kg/dm³.

In der Praxis muss bei allen Verbundwerkstoffen darauf geachtet werden, dass die Volumenausdehnungskoeffizienten $\beta = 3 \cdot \alpha$ und auch die Längenausdehnungskoeffizienten der eingesetzten Materialien gleich sind. Ungleiche Ausdehnungskoeffizienten führen bei Temperaturschwankungen zu Spannungen und Verformungen in den Werkstücken, die zur Rissbildung führen können.

Volumenausdehnung von Flüssigkeiten

In Flüssigkeiten sind die Atome oder Moleküle leicht gegeneinander verschiebbar. Daher kann es bei Flüssigkeiten keine Längenausdehnung geben, sondern nur eine Volumenausdehnung.

Eine Temperaturerhöhung bewirkt in der Flüssigkeit eine Erhöhung der mittleren kinetischen Energie der Teilchen. Die einzelnen Flüssigkeitsteilchen haben somit eine höhere mittlere Geschwindigkeit. Zusammenstöße der Teilchen untereinander mit erhöhter Geschwindigkeit bewirken größere Teilchenabstände oder längere mittlere freie Weglängen. Dabei ist die Zunahme der Teilchenabstände in Flüssigkeiten deutlich größer, als die Änderung der Gitterkonstanten der Festkörper auf Grund der Amplitudenerhöhung. Makroskopisch ist daher die Volumenausdehnung von Flüssigkeiten deutlich stärker als die von Festkörpern.

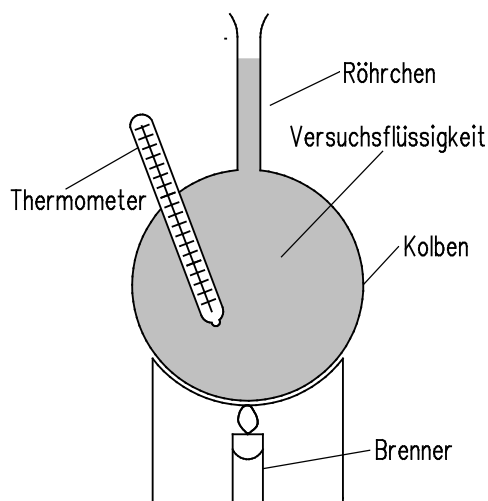


Abbildung 15 Bestimmung des Volumenausdehnungskoeffizienten

Experimentell lässt sich die Volumenausdehnung mit einem einfachen in Abbildung 15 dargestellten Versuchsaufbau ermitteln.

Trägt man die durch Messung der Flüssigkeitssäule im Glasröhrchen bestimmten Volumenänderungen für verschiedene Flüssigkeiten in Abhängigkeit von der Temperaturänderung auf, erhält man die in Abbildung 16 dargestellten Geraden mit unterschiedlichen Steigungen. Somit ist die Volumenänderung bei Flüssigkeiten proportional zur Temperaturänderung. Untersuchungen zur Abhängigkeit vom Ausgangsvolumen V_0 ergeben die gleichen Ergebnisse wie bei den Festkörpern.

Die Volumenausdehnungsgesetze für Flüssigkeiten haben daher die gleiche Form wie die für feste Körper.

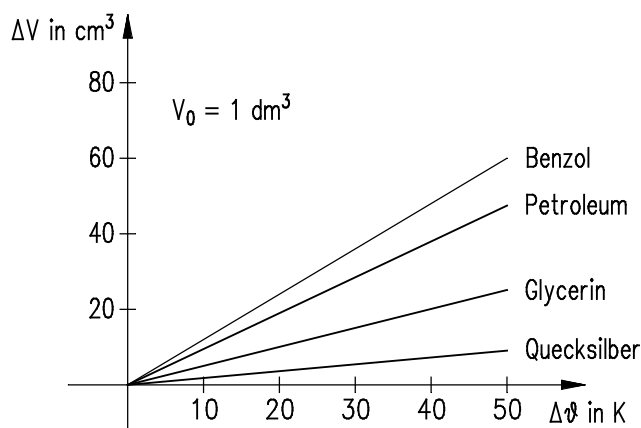


Abbildung 16 Volumenänderung in Abhängigkeit der Temperaturänderung für verschieden Flüssigkeiten

Volumenausdehnungsgesetze:

$$V_\vartheta = V_0 \cdot (1 + \beta \cdot \Delta\vartheta) \quad (\text{Formel 10})$$

$$\Delta V = \beta \cdot V_0 \cdot \Delta\vartheta \quad (\text{Formel 11})$$

Näherungsformeln:

$$V_2 = V_1 \cdot (1 + \beta \cdot \Delta\vartheta) \quad (\text{Formel 12})$$

$$\Delta V = \beta \cdot V_1 \cdot \Delta\vartheta \quad (\text{Formel 13})$$

Aus den in Tabelle 3 aufgeführten Werten für die Volumenausdehnungskoeffizienten von Flüssigkeiten wird deutlich, dass diese fast 10 mal so groß sind wie die von Festkörpern. Daher ist auch der Fehler bei der Näherungsformel wesentlich größer und liegt nicht immer im Rahmen der Messgenauigkeit.

Flüssigkeit	β in $\frac{1}{K}$
Äther	$16,0 \cdot 10^{-4}$
Benzol	$12,0 \cdot 10^{-4}$
Benzin	$11,0 \cdot 10^{-4}$
Alkohol	$11,0 \cdot 10^{-4}$
Petroleum	$10,0 \cdot 10^{-4}$
Heizöl	$9,6 \cdot 10^{-4}$
Glycerin	$5,0 \cdot 10^{-4}$
Quecksilber	$1,8 \cdot 10^{-4}$
Wasser	$1,8 \cdot 10^{-4}$

Tabelle 3 Volumenausdehnungskoeffizienten einiger Flüssigkeiten

Lehrbeispiel 8

Der Stahltank einer Heizungsanlage hat bei 15 °C ein Fassungsvermögen von 9000 Litern.

Wie viel Heizöl fließt aus dem Tank, wenn dieser bei 15 °C gefüllt wurde und die Temperatur auf 27 °C steigt?

Lösung

Geg.: $V_1 = 9000 \text{ dm}^3$; $\vartheta_1 = 15 \text{ °C}$; $\vartheta_2 = 27 \text{ °C}$; $\alpha = 1,2 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$; $\beta = 9,6 \cdot 10^{-4} \text{ K}^{-1}$

Ges.: ΔV

Das gesuchte Volumen ist die Differenz aus der Volumenzunahme ΔV_1 des Heizöls und der Volumenzunahme ΔV_2 des Stahltanks.

$$\Delta V = \Delta V_1 - \Delta V_2$$

Heizöl:

$$\Delta V_1 = \beta \cdot V_1 \cdot \Delta \vartheta = 9,6 \cdot 10^{-4} \text{ K}^{-1} \cdot 9000 \text{ dm}^3 \cdot 12 \text{ K} = 103,68 \text{ dm}^3$$

Stahltank:

$$\Delta V_2 = 3 \cdot \alpha \cdot V_2 \cdot \Delta \vartheta = 3 \cdot 1,2 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1} \cdot 9000 \text{ dm}^3 \cdot 12 \text{ K} = 3,88 \text{ dm}^3$$

$$\Delta V = 103,68 \text{ dm}^3 - 3,88 \text{ dm}^3 = \underline{\underline{99,8 \text{ l}}}$$

Es fließen 99,8 Liter Heizöl aus dem Tank.

Lehrbeispiel 9

Die Dichte von Quecksilber beträgt bei 0 °C 13,6 kg/dm³.

Berechnen Sie die Dichte des Quecksilbers bei –30 °C!

Lösung

Geg.: $\rho_0 = 13,6 \text{ kg/dm}^3$; $\vartheta_0 = 0 \text{ °C}$; $\vartheta_1 = -30 \text{ °C}$; $\beta = 1,8 \cdot 10^{-4} \text{ K}^{-1}$

Ges.: ρ_1

$$V_1 = V_0 \cdot (1 + \beta \cdot \Delta\vartheta)$$

$$\rho_0 = \frac{m}{V_0} \Rightarrow m = \rho_0 \cdot V_0$$

$$\rho_1 = \frac{m}{V_1}$$

$$\rho_1 = \frac{\rho_0 \cdot V_0}{V_0 (1 + \beta \cdot \Delta\vartheta)} = \frac{\rho_0}{1 + \beta \cdot \Delta\vartheta} = \frac{13,6 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}}{1 + 1,8 \cdot 10^{-4} \text{ K}^{-1} \cdot (-30 \text{ K})} = \underline{\underline{13,7 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}}}$$

Quecksilber hat bei –30 °C eine Dichte von 13,7 kg/dm³.

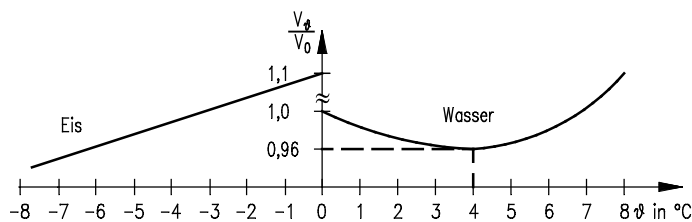
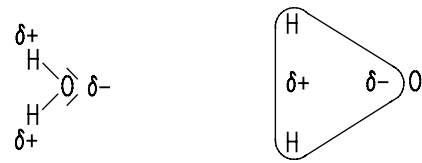
Anomalie des Wassers

Abbildung 17 Relatives Volumen des Wassers als Funktion der Temperatur

Eine Abweichung von der linearen Volumenänderung zeigt das Wasser (Abbildung 17). Das Volumen des Wassers ist bei 4 °C am geringsten und wird bei weiterer Abkühlung bis zum Gefrierpunkt wieder größer. Beim Gefrieren des Wassers kommt es zu einer zusätzlichen Volumenvergrößerung.

Im Gegensatz zu den meisten anderen Stoffen hat Wasser in festem Zustand ein größeres Volumen als im flüssigen Zustand, d.h. die Dichte des Eises ist geringer als die des Wassers. Unterhalb von 0 °C verhält sich das Eis wie ein normaler Festkörper, sein Volumen verringert sich bei einer Temperaturabnahme.

Ursache für dieses Verhalten ist der ausgeprägte Dipolcharakter des Wassermoleküls. Im Wassermolekül ist der Sauerstoff über Atombindungen mit den Wasserstoffatomen verbunden. Auf Grund der unterschiedlichen Elektronegativitäten von Sauerstoff und Wasserstoff sind die Bindungen polar. Die gewinkelte Struktur des Wassermoleküls bewirkt, dass sich die beiden polaren Atombindungen in ihrer Wirkung nicht aufheben (Abbildung 18).



Strukturformel

Dipolmolekül
schematisch

Abbildung 18 Aufbau eines Wassermoleküls

Im Eiskristall ist jedes Sauerstoffatom von vier Wasserstoffatomen umgeben. Zu je zwei Wasserstoffatomen führt eine Atombindung, zu den beiden anderen, etwas weiter entfernt liegenden, je eine Wasserstoffbrücke. Diese Anordnung bewirkt ein weitmaschiges Gitter mit großen Hohlräumen von sechseckigem Querschnitt (Abbildung 19).

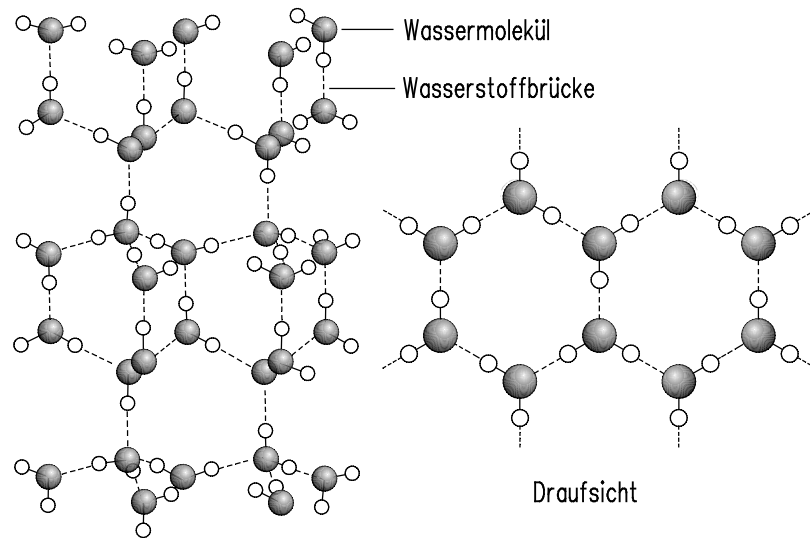


Abbildung 19 Molekülgitter von Eis

Diese hexagonale Struktur spiegelt sich auch in der makroskopischen Gestalt von Eis und Schneekristallen wieder (Abbildung 20).

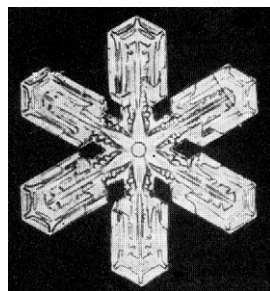


Abbildung 20 Sechseckiger Querschnitt
eines Eiskristalls

Schmilzt das Eis, bricht das Gitter zusammen und die Wassermoleküle können näher zusammenrücken, das Volumen wird kleiner. Es bestehen jedoch noch Molekülgruppen, die durch Wasserstoffbrücken zusammengehalten werden. Mit zunehmender Temperatur werden diese Bruchstücke immer kleiner, und die Moleküle rücken weiter zusammen. Daher nimmt bis 4 °C das Volumen des Wassers ab und seine Dichte zu.

Bei einer weiteren Temperaturerhöhung vergrößert sich, wie bei den meisten Flüssigkeiten, der Abstand zwischen den Molekülen, das Wasser dehnt sich aus. Die Dichte nimmt dann wieder ab.

Die Folge dieser Anomalie des Wassers ist, dass Gewässer von der Oberfläche her zufrieren oder Risse im Gestein beim Gefrieren des Wassers geweitet werden.

1.2 Zustandsänderung bei Gasen

Wie bei den Flüssigkeiten bewirkt eine Temperaturerhöhung auch bei den Gasen eine Erhöhung der mittleren kinetischen Energie der Gasatome bzw. -moleküle. Durch die Stöße der Atome untereinander vergrößert sich wiederum die mittlere freie Weglänge und damit das Volumen.

Volumenänderung bei konstantem Druck (Isobare Zustandsänderung)

Experimentell lässt sich die Volumenänderung bei Temperaturerhöhung mit dem in Abbildung 21 schematisch dargestellten Versuchsaufbau bestimmen. Eine Gasmenge mit dem Volumen V_0 bei 0°C ist durch einen Quecksilberzylinder abgeschlossen. Das Quecksilber ist nahezu reibungslos und somit verlustfrei verschiebbar und sorgt, bei offenem Glaszylinder, für einen konstanten Druck (Umgebungsdruck p_{amb}) im Gasvolumen.

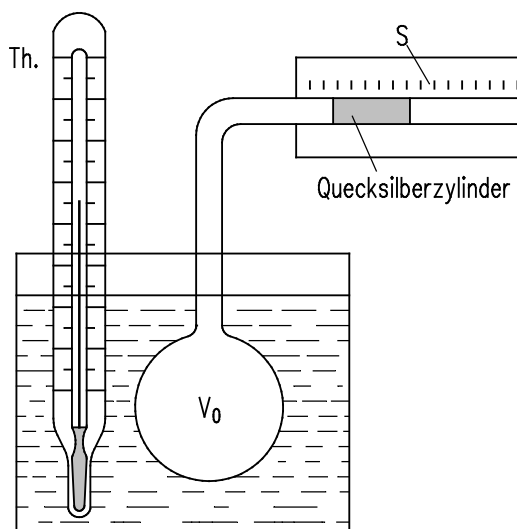


Abbildung 21 Versuchsanordnung zur Volumenänderung

Wird das Wasserbad erhitzt, erhöht sich auch die Temperatur des Gases entsprechend; Gas und Wasserbad haben im thermischen Gleichgewicht dieselbe Temperatur. Die Zunahme des Gasvolumens ΔV in Abhängigkeit von der Temperaturänderung $\Delta \vartheta$ kann an der Skala S abgelesen werden. Die Ergebnisse für ein definiertes Volumen V_0 zeigt Tabelle 4.

$\frac{\Delta \vartheta}{\text{K}}$	0	10	16	23	29	35	42	50
$\frac{\Delta V}{\text{cm}^3}$	0	2,9	4,7	6,7	8,5	10,3	12,3	14,7

Tabelle 4 Messergebnisse zur isobaren Zustandsänderung

Die grafische Darstellung dieser Ergebnisse ergibt eine Gerade (Abbildung 22), d.h. die Volumenänderung ΔV ist direkt proportional zur Temperaturänderung $\Delta \vartheta$:

$$\Delta V \sim \Delta \vartheta$$

Untersuchungen zur Volumenänderung für verschiedene Ausgangsvolumen V_0 führen, wie bei der Volumenausdehnung von Flüssigkeiten, zu der Proportionalität

$$\Delta V \sim V_0.$$

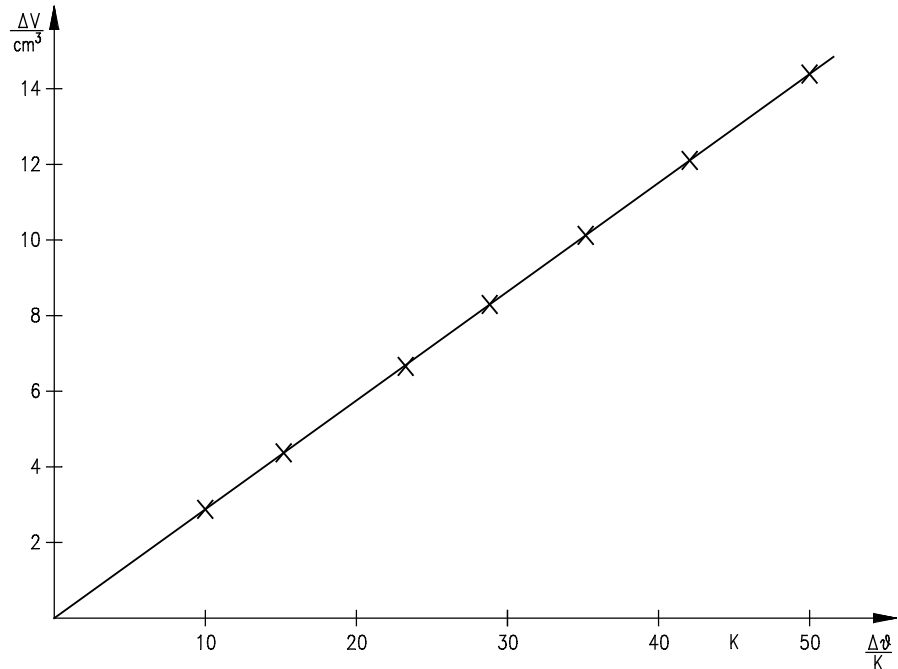


Abbildung 22 $\Delta\theta$ - ΔV -Diagramm eines Gases

Aus den beiden einzelnen Proportionalitäten folgt für die Volumenänderung von Gasen

$$\Delta V = \beta \cdot V_0 \cdot \Delta\theta \quad (\text{Formel 14})$$

und das nach dem französischen Chemiker und Physiker Joseph Louis Gay-Lussac (1778–1850) benannte

Gesetz von Gay-Lussac (für die isobare Zustandsänderung):

Ist V_0 das Volumen eines Gases bei 0°C , dann ist, bei konstantem Druck, sein Volumen bei der Temperaturänderung $\Delta\theta$:

$$V = V_0 + \Delta V = V_0(1 + \beta \cdot \Delta\theta) \quad (\text{Formel 15})$$

β ist hierbei der **isobare Ausdehnungskoeffizient** (isos, griech. gleich; barys, griech. schwer; also bei gleichem Druck).

Weitere Untersuchungen zeigten, dass der Volumenausdehnungskoeffizient β weitgehend unabhängig von der Art des Gases und damit keine stoffspezifische Größe ist. Insbesondere bei kleinen Gasdichten nähern sich die Ausdehnungskoeffizienten für verschiedene Gase dem Wert

$$\beta = 3,661 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1} \qquad \beta = \frac{1}{273,15 \text{ K}} = 3,661 \cdot 10^{-3} \cdot \text{K}^{-1}$$

Dies führte zu der **Definition eines idealen Gases**:

Ein Gas, das unabhängig von der Dichte das Gesetz von Gay-Lussac mit dem Wert $\beta = 3,661 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$ streng erfüllt, heißt ideales Gas.

Stellt man das Verhalten eines idealen Gases für konstanten Druck in einem ϑ -V-Diagramm dar, ergibt sich der in Abbildung 23 dargestellte Verlauf.

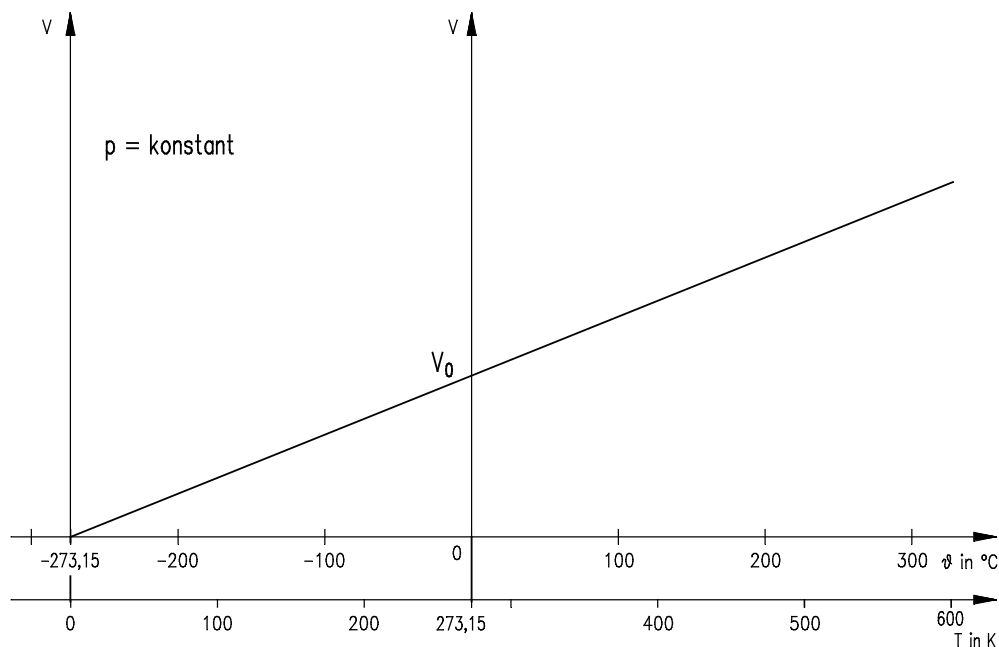


Abbildung 23 ϑ -V-Diagramm eines Gases

Am absoluten Nullpunkt $T = 0 \text{ K}$ oder $\vartheta_0 = -273,15 \text{ °C}$ ist das Volumen eines idealen Gases theoretisch gleich Null. Somit lässt sich der isobare Volumenausdehnungskoeffizient für ein ideales Gas auch folgendermaßen berechnen:

Für $\vartheta_0 = -273,15 \text{ °C}$ ergeben sich für die Volumen- und Temperaturänderung:

$$\Delta V = 0 - V_0 = -V_0; \Delta \vartheta = (-273,15 \text{ °C} - 0 \text{ °C}) \text{ K/°C} = -273,15 \text{ K}$$

Aus Formel 14 ergibt sich für den Volumenausdehnungskoeffizienten:

$$\beta = \frac{\Delta V}{V_0 \cdot \Delta \vartheta}, \text{ und somit}$$

$$\beta = \frac{-V_0}{V_0 \cdot (-273,15) \text{ K}} = 3,661 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$$

oder

$$\beta = \frac{1}{273,15 \text{ K}} \quad (\text{Formel 16})$$

Die **realen Gase** weichen von diesem idealen Verhalten ab. Alle realen Gase sind z.B. bei tiefen Temperaturen in der Nähe des absoluten Nullpunktes im flüssigen Zustand und folgen, auf Grund des geänderten Volumenausdehnungskoeffizienten für Flüssigkeiten, nicht mehr der idealen Gaskurve.

Die realen Gase können jedoch, insbesondere bei hohen Temperaturen und kleinen Drücken, als **quasi-ideale Gase** behandelt werden. In der Regel kann bei technischen Anwendungen die Rechnung für reale Gase mit den Gleichungen für die idealen Gase durchgeführt werden, ohne Fehler größer als die Messgenauigkeit zu erhalten.

Lehrbeispiel 1

In einem Raum der 19 m breit, 34 m lang und 5 m hoch ist, wird die Luft von 0 °C auf 15 °C erwärmt.

Wie viel Luft entweicht aus dem Raum?

Lösung:

Geg.: $V_0 = 19 \text{ m} \cdot 34 \text{ m} \cdot 5 \text{ m} = 3230 \text{ m}^3$; $\vartheta = 15 \text{ °C}$

Ges.: ΔV

Nach dem Gesetz von Gay-Lussac gilt bei konstantem Druck:

$$V = V_0 (1 + \beta \cdot \Delta \vartheta)$$

$$V = V_0 + V_0 \cdot \beta \cdot \Delta \vartheta$$

$$\Delta V = V - V_0 = V_0 \cdot \beta \cdot \Delta \vartheta$$

$$\Delta \vartheta = (\vartheta - 0 \text{ °C}) \text{ K / °C}$$

$$\Delta \vartheta = (15 \text{ °C} - 0 \text{ °C}) \cdot \text{K / °C} = 15 \text{ K}$$

$$\Delta V = 3230 \text{ m}^3 \cdot 3,661 \cdot 10^{-3} \frac{1}{\text{K}} \cdot 15 \text{ K}$$

$$\Delta V = 177,4 \text{ m}^3 \approx \underline{\underline{177 \text{ m}^3}}$$

Es entweichen 177 m³ Luft.

Die Berechnungen lassen sich vereinfachen, wenn man zur Temperaturmessung die Kelvin-Skala verwendet, der T-V-Graf ist dann eine Ursprungsgerade (Abbildung 23). Das Gesetz von Gay-Lussac wird zur Verwendung der absoluten Temperatur folgendermaßen umgeformt:

Für ein Volumen V bei der Temperatur ϑ gilt:

$$\begin{aligned} V &= V_0 (1 + \beta \cdot \Delta\vartheta) \\ \Leftrightarrow V &= V_0 \left(1 + \frac{\Delta\vartheta}{273,15 \text{ K}} \right) \\ \Leftrightarrow V &= V_0 \left(\frac{273,15 \text{ K}}{273,15 \text{ K}} + \frac{\Delta\vartheta}{273,15 \text{ K}} \right) \\ \Leftrightarrow V &= V_0 \left(\frac{273,15 \text{ K} + \Delta\vartheta}{273,15 \text{ K}} \right) \end{aligned}$$

Der Zähler des Bruches ist die absolute Temperatur $T = \Delta\vartheta + 273,15 \text{ K}$ des Gases, und 273,15 K ist der Eispunkt (0 °C) des Wassers T_0 in der Kelvin-Skala. Somit ergibt sich:

$$V = V_0 \cdot \frac{T}{T_0}$$

oder

$$\frac{V}{T} = \frac{V_0}{T_0} \quad (\text{Formel 17})$$

Aus Formel 17 ergeben sich für zwei beliebige Temperaturen T_1 und T_2 :

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_0}{T_0}$$

und

$$\frac{V_2}{T_2} = \frac{V_0}{T_0}$$

Somit lässt sich das **Gesetz von Gay-Lussac** oder die **isobare Zustandsgleichung** in folgender einfachen, **allgemeinen Form** schreiben:

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} = \frac{V_0}{T_0}, \text{ wenn } p = \text{konstant} \quad (\text{Formel 18})$$

oder in Worten:

Bei einer abgeschlossenen Gasmenge ist, bei konstantem Druck p, der Quotient aus Volumen und Temperatur konstant.

Lehrbeispiel 2

Berechnen Sie für den Raum aus Lehrbeispiel 1 die entweichende Luft mit der allgemeinen Form des Gay-Lussac'schen Gesetz!

Lösung

Geg.: $V_0 = 19 \text{ m} \cdot 34 \text{ m} \cdot 5 \text{ m} = 3230 \text{ m}^3$; $\vartheta = 15 \text{ }^\circ\text{C}$

Ges.: ΔV

Es gilt:

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_0}{T_0}$$

$$\Leftrightarrow V_1 = \frac{V_0 \cdot T_1}{T_0}$$

Mit $T_0 = 273,15 \text{ K}$ und $T_1 = (15 + 273,15) \text{ K} = 288,15 \text{ K}$

$$\Rightarrow V_1 = \frac{3230 \text{ m}^3 \cdot 288,15 \text{ K}}{273,15 \text{ K}}$$

$$V_1 = 3407,4 \text{ m}^3$$

$$\Delta V = V_1 - V_0$$

$$\Delta V = (3407,4 - 3230) \text{ m}^3 = 177,4 \text{ m}^3$$

$$\Delta V \approx \underline{\underline{177 \text{ m}^3}}$$

Wie erwartet führt auch diese Rechnung zum gleichen Ergebnis. Für viele Anwendungen ist jedoch die Rechnung mit der allgemeinen Form des Gay-Lussac'schen Gesetzes einfacher durchzuführen.

Druckänderungen bei konstantem Volumen (Isochore Zustandsänderung)

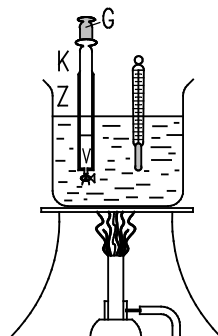


Abbildung 24 Versuchsanordnung zur Druckänderung

Die Druckänderung eines abgeschlossenen Gasvolumens bei Temperaturerhöhung lässt sich mit dem in Abbildung 24 dargestellten experimentellen Aufbau bestimmen.

Eine definierte Luftmenge V wird in einem Zylinder Z durch einen luftdicht schließenden Kolben K abgeschlossen. Wird die Temperatur des Wasserbad um $\Delta\vartheta$ erhöht, wird auch die eingeschlossene Luftmenge entsprechend erwärmt (thermisches Gleichgewicht).

Die während der Erwärmung auftretende Volumenausdehnung wird durch eine Druckerhöhung Δp aufgehoben, die durch Auflegen von Wagestücke G auf den Kolben vorgenommen wird. Der Druck auf die abgeschlossene Gasmenge V setzt sich bei diesem Versuchsaufbau aus dem Druck p_e der Wagestücke G und des Kolbens K sowie dem Luftdruck der Umgebung p_{amb} zusammen ($p = p_e + p_{\text{amb}}$).

Trägt man die aus den Messungen bestimmte Druckänderung Δp in Abhängigkeit von der Temperaturänderung $\Delta \vartheta$ grafisch auf, so ergibt sich eine Gerade. Damit gilt die Proportionalität

$$\Delta p \sim \Delta \vartheta.$$

Ähnliche Untersuchungen wie bei der Volumenänderung der Gase liefern den folgenden Zusammenhang

$$\Delta p \sim p_0,$$

wobei p_0 der Ausgangsdruck bei 0 °C ist.

Aus den beiden einzelnen Proportionalitäten folgt für die Druckänderung von Gasen:

$$\Delta p = \text{Konst.} \cdot p_0 \cdot \Delta \vartheta \quad (\text{Formel 19})$$

Messungen an verschiedenen Gasen ergeben, dass die Konstante denselben Wert hat, wie der isobare Volumenausdehnungskoeffizient β der idealen Gase, und somit gilt:

$$\text{Konst} = \frac{\Delta p}{p_0 \cdot \Delta \vartheta} = \frac{1}{273,15 \text{ K}} \quad (\text{Formel 20})$$

Somit ergibt sich das nach Guillaume Amontons (1663-1705) benannte

Gesetz von Amontons (für die isochore Druckänderung):

Ist p_0 der Druck eines Gases bei 0 °C, dann ist sein Druck, bei konstantem Volumen, bei der Temperaturänderung $\Delta \vartheta$:

$$p = p_0 + \Delta p = p_0 \left(1 + \frac{1}{273,15 \text{ K}} \cdot \Delta \vartheta \right) \quad (\text{Formel 21})$$

Da die Konstanten für die isobare Volumenänderung und die isochore Druckänderung gleich sind, führen die gleichen Überlegungen und mathematischen Umformungen, analog zum Gay-Lussac'schen Gesetz, zur **allgemeinen Form des Gesetzes von Amontons**:

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2} = \frac{p_0}{T_0}, \text{ wenn } V = \text{konstant} \quad (\text{Formel 22})$$

oder in Worten:

Bei einer abgeschlossenen Gasmenge ist, bei konstantem Volumen V , der Quotient aus Druck und Temperatur konstant.

Lehrbeispiel 3

In einer Gasflasche herrscht bei 15 °C einen Überdruck von $150 \cdot 10^5$ Pa. Der Luftdruck beträgt 1000 hPa.

Auf welchen Überdruck steigt der Druck bei Erwärmung der Gasflasche auf 60 °C?

Lösung

Geg.: $T_1 = (15 + 273,15) \text{ K} = 288,15 \text{ K}$; $T_2 = (60 + 273,15) \text{ K} = 333,15 \text{ K}$
 $p_{e1} = 150 \cdot 10^5 \text{ Pa}$; $p_{\text{amb.}} = 1 \cdot 10^5 \text{ Pa}$

Ges.: p_{e2}

Bei konstantem Volumen gilt nach den Gesetz von Amontons:

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}$$

$$\Leftrightarrow p_2 = \frac{p_1 \cdot T_2}{T_1}$$

$$p_1 = p_{e1} + p_{\text{amb}}$$

$$p_1 = 150 \cdot 10^5 \text{ Pa} + 1 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

$$p_1 = 151 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

$$p_2 = \frac{151 \cdot 10^5 \text{ Pa} \cdot 333,15 \text{ K}}{288,15 \text{ K}}$$

$$p_2 = 175 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

$$p_{e2} = p_2 - p_{\text{amb}}$$

$$p_{e2} = 175 \cdot 10^5 \text{ Pa} - 1 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

$$p_{e2} = \underline{\underline{174 \cdot 10^5 \text{ Pa}}}$$

Der Druck in der Gasflasche steigt auf einen Überdruck von $1,74 \cdot 10^7$ Pa.

Volumenänderung bei konstanter Temperatur (Isotherme Zustandsänderung)

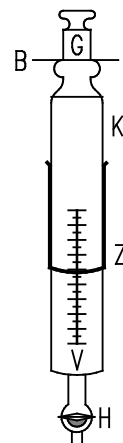


Abbildung 25 Versuchsanordnung zur isothermen Zustandsänderung

Bei dem in Abbildung 25 dargestellten Versuchsaufbau wird durch Schließen des Hahnes H ein Volumen V in dem Zylinder Z eingestellt.

Um bei konstanter Temperatur den Zusammenhang zwischen Druck und Volumen der abgeschlossenen Gasmenge zu bestimmen, werden auf das Brett B des luftdicht schließenden Kolbens K nach und nach Wagestücke G aufgelegt. Dies geschieht so vorsichtig, dass beim Verschieben des Kolbens keine Temperaturänderung im Gas auftritt. Das zu jedem eingestellten Druck p gehörende Volumen V wird bestimmt.

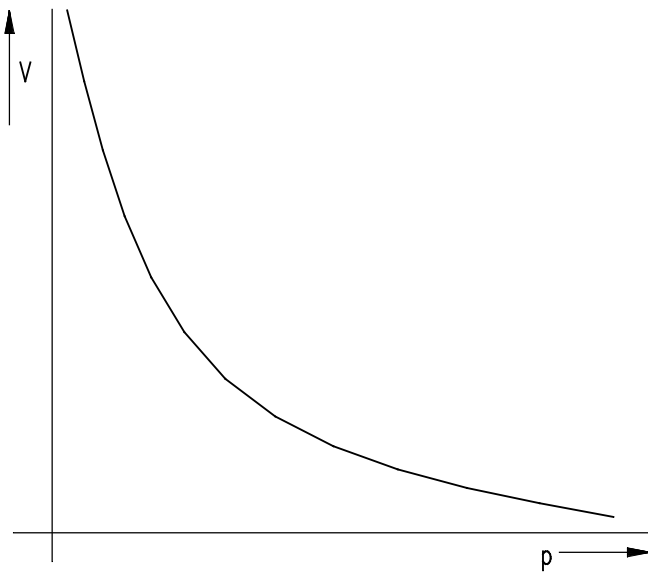


Abbildung 26 p-V-Diagramm der isothermen Zustandsänderung

Trägt man die Messergebnisse grafisch auf, erhält man eine Hyperbel (Abbildung 26). Das Volumen ist somit antiproportional zum Druck und es gilt:

$$p \cdot V = \text{konstant}$$

(Formel 23)

Bei konstanter Temperatur T erhält man das nach Robert Boyle (1620-1691) und Edmé Mariotte (1620-1684) benannte **Gesetz von Boyle und Mariotte** für die **isotherme Zustandsänderung** in der **allgemeinen Form**:

$$p_1 \cdot V_1 = p_2 \cdot V_2 = p_0 \cdot V_0, \text{ wenn } T = \text{konstant}$$

(Formel 24)

oder in Worten:

Bei einer abgeschlossenen Gasmenge ist, bei konstanter Temperatur T , das Produkt aus Druck und Volumen konstant.

Lehrbeispiel 4

Aus einer Erdgasquelle strömen täglich 38000 m^3 Gas in eine Sammelleitung. Der Überdruck in der Sammelleitung beträgt $0,5 \cdot 10^5 \text{ Pa}$, der Luftdruck beträgt 1000 hPa (10^5 Pa).

Wie viel Kubikmeter Gas verliert die Quelle jeden Tag, wenn in ihrem Inneren ein Druck von $60 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ herrscht?

Lösung

Geg.: $V_1 = 38000 \text{ m}^3$; $p_{e1} = 0,5 \cdot 10^5 \text{ Pa}$; $p_{\text{amb.}} = 1 \cdot 10^5 \text{ Pa}$
 $p_2 = 60 \cdot 10^5 \text{ Pa}$

Ges.: V_2

Da die Temperatur konstant bleibt, gilt nach dem Gesetz von Boyle und Mariotte:

$$p_1 \cdot V_1 = p_2 \cdot V_2$$

$$\Leftrightarrow V_2 = \frac{p_1 \cdot V_1}{p_2}$$

$$p_1 = p_{e1} + p_{\text{amb}}$$

$$p_1 = 0,5 \cdot 10^5 \text{ Pa} + 1 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

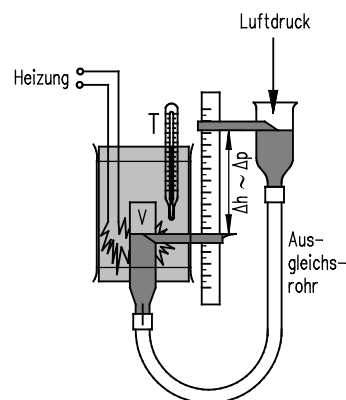
$$p_1 = 1,5 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

$$V_2 = \frac{1,5 \cdot 10^5 \text{ Pa} \cdot 38000 \text{ m}^3}{60 \cdot 10^5 \text{ Pa}}$$

$$V_2 = \underline{\underline{950 \text{ m}^3}}$$

Das Innere der Quelle verliert täglich 950 m^3 Erdgas.

Allgemeine Gasgleichung



Bei einer abgeschlossenen Menge verschiedener Gase werden gleichzeitig Temperatur sowie Druck verändert und das dazugehörige Volumen bestimmt (Abbildung 27).

Abbildung 27 Versuchsanordnung zum thermischen Verhalten von Gasen

Berechnet man für jede Messung den Ausdruck $p \cdot V / T$ erhält man eine Konstante, es gilt:

$$\frac{p \cdot V}{T} = \text{konstant}$$

(Formel 25)

Dieser Zusammenhang soll in einem Gedankenexperiment, in dem eine abgeschlossene Gasmenge vom Zustand 1 mit p_1, V_1, T_1 in den Zustand 2 mit p_2, V_2, T_2 überführt wird, verdeutlicht werden.

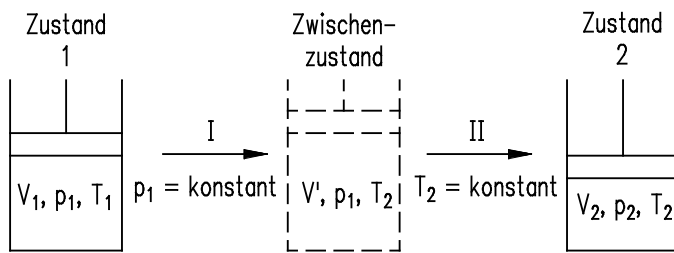


Abbildung 28 Gedankenexperiment zur Zustandsänderung von Gasen

Zunächst wird die abgeschlossene Gasmenge vom Zustand 1 bei konstantem Druck p_1 auf die Temperatur T_2 gebracht, es stellt sich ein Volumen V' ein (Abbildung 28).

Für diesen isobaren Übergang I gilt nach dem Gesetz von Gay-Lussac:

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V'}{T_2}$$

$$\Rightarrow V' = \frac{V_1 \cdot T_2}{T_1}$$

Unter Beibehaltung der Temperatur T_2 wird nun der Druck geändert, bis das Volumen V_2 eingestellt ist (Abbildung 28).

Für diesen isothermen Übergang II gilt nach dem Gesetz von Boyle-Mariotte:

$$p_1 \cdot V' = p_2 \cdot V_2$$

$$\Rightarrow V' = \frac{p_2 \cdot V_2}{p_1}$$

Setzt man die beiden rechten Seiten der umgestellten Gleichungen gleich, so folgt:

$$\frac{V_1 \cdot T_2}{T_1} = \frac{p_2 \cdot V_2}{p_1}$$

oder umgeformt

$$\frac{p_1 \cdot V_1}{T_1} = \frac{p_2 \cdot V_2}{T_2} \quad (\text{Formel 26})$$

Da keine Einschränkungen bezüglich Druck, Temperatur oder Volumen gemacht wurden, ist Formel 26 allgemein gültig. Somit ist für eine abgeschlossene Gasmenge bei Zustandsänderungen der Quotient $p \cdot V / T$ konstant, und man erhält die **allgemeine Gasgleichung**.

$$\frac{p_1 \cdot V_1}{T_1} = \frac{p_2 \cdot V_2}{T_2} = \frac{p_0 \cdot V_0}{T_0} \quad (\text{Formel 27})$$

oder

$$\frac{p \cdot V}{T} = \text{konstant} \quad (\text{Formel 28})$$

Universelle Gasgleichung

Die Konstante der allgemeinen Gasgleichung lässt sich bei einem idealen Gas unter den „**Normalbedingungen**“ p_0 , T_0 , V_0 berechnen. Dabei bedeuten p_0 den mittleren Luftdruck auf Meereshöhe $p_0 = 1013,25 \text{ hPa}$ und $T_0 = 273,15 \text{ K}$ den Eispunkt des Wassers. V_0 ist das Volumen, das eine abgeschlossene Gasmenge unter diesen Bedingungen einnimmt.

Bei bekannter Stoffmenge n eines Gases berechnet sich das Volumen V_0 mit dem Molvolumen $V_m = 22,414 \text{ l/mol}$ zu $V_0 = n \cdot V_m$. Setzt man die bekannten Größen in die allgemeine Gasgleichung ein, folgt:

$$\frac{p_0 \cdot V_0}{T_0} = \frac{1013,25 \text{ hPa} \cdot n \cdot 22,414 \text{ l}}{273,15 \text{ K} \cdot \text{mol}} = n \cdot R$$

Die Konstante R heißt **universelle Gaskonstante** und berechnet sich zu:

$$R = \frac{p_0 \cdot V_m}{T_0} = 8,3145 \text{ J / (mol} \cdot \text{K)}$$

Die allgemeine Gasgleichung geht damit für jedes ideale Gas über in die **universelle Gasgleichung**:

$$\frac{p \cdot V}{T} = n \cdot R \quad \text{(Formel 29)}$$

Die Formel 29 ist wiederum nur für ideale Gase streng gültig. Für alle realen Gase wird sie jedoch in guter Näherung erfüllt.

1.3 Ausbreitung der Wärme

Bringt man zwei Körper unterschiedlicher Temperatur miteinander in Kontakt, findet ein Energiefluss bis zur Einstellung des thermischen Gleichgewichtes statt. Die dabei von dem Körper höherer Temperatur auf den Körper mit der niedrigeren Temperatur übergehende Energiemenge wird als **Wärme** oder **Wärmeenergie Q** bezeichnet ($[Q] = \text{J} = \text{W s}$).

Bei dem Transport der Wärme werden die Wärmeleitung, die Wärmeströmung (Konvektion) sowie die Wärmestrahlung unterschieden.

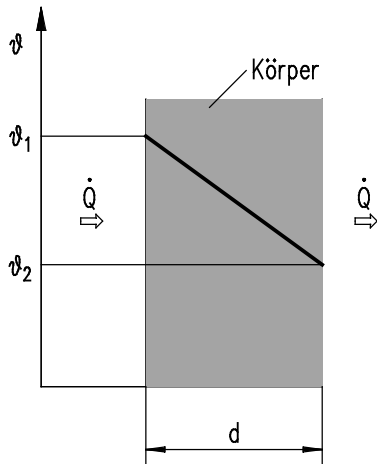
Wärmeleitung

Abbildung 29 Wärmeleitung durch einen festen Körper

Ein Beispiel für die Wärmeleitung ist ein Metallstab, der in eine Flamme gehalten wird. Nach einiger Zeit ist auch an dem Ende des Stabes, an dem keine Wärmeenergie zugeführt wird, eine Temperaturzunahme zu bemerken. Die Wärmeenergie wird also durch den Festkörper von der wärmeren zur kälteren Stelle geleitet, ohne dass sich die Form des Stabes verändert.

Definition

Der Energietransport innerhalb eines Stoffes ohne Stoff- oder Materietransport wird als Wärmeleitung bezeichnet.

Die durch einen Körper **pro Zeiteinheit transportierte Wärmemenge** oder der **Wärmestrom** $\dot{Q} = \Delta Q / \Delta t$ ist abhängig von der Querschnittsfläche A , der Schichtdicke d und der Temperaturdifferenz $\vartheta_1 - \vartheta_2$ (Abbildung 29). Zu beachten ist, dass für die eingetragene Richtung des Wärmestromes $\vartheta_1 > \vartheta_2$ sein muss. Bei $\vartheta_2 > \vartheta_1$ findet eine Richtungsumkehr des Wärmestromes statt. Für den Betrag des Wärmestromes gilt folgende Proportionalität:

$$\dot{Q} \sim A \cdot \frac{\vartheta_1 - \vartheta_2}{d}$$

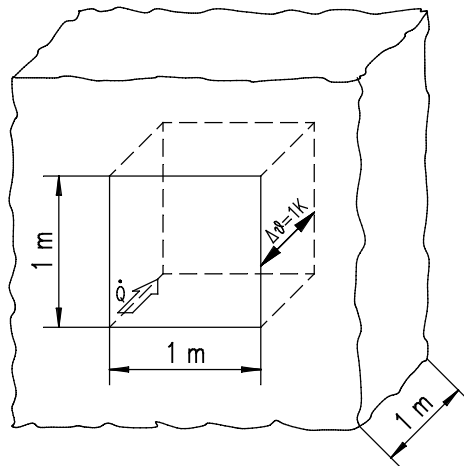


Abbildung 30 Definition der Wärmeleitfähigkeit

Die Proportionalitätskonstante ist eine stoffspezifische Größe und wird als **Wärmeleitkoeffizient** oder **Wärmeleitfähigkeit** λ bezeichnet. Die Definition lautet (siehe Abbildung 30):

Die Wärmeleitfähigkeit λ gibt an, wie groß der Wärmestrom \dot{Q} ist, der durch 1 m^2 einer 1 m dicken Schicht eines Stoffes bei 1 K Temperaturunterschied auf beiden Seiten, fließt.

Der Wärmestrom berechnet sich somit nach:

$$\dot{Q} = \lambda \cdot A \cdot \frac{\vartheta_1 - \vartheta_2}{d} \quad (\text{Formel 30})$$

Für die Einheit der Wärmeleitfähigkeit λ gilt:

$$[\lambda] = \frac{[\dot{Q}] \cdot [d]}{[A] \cdot [\vartheta_1 - \vartheta_2]} = \frac{\text{W} \cdot \text{m}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}} = \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot \text{K}}$$

Die Wärmeleitfähigkeiten für einige Materialien sind in Tabelle 5 zusammengestellt.

Stoff	λ in $\frac{\text{W}}{\text{m} \cdot \text{K}}$
Aluminium	200
Baustahl	60
Edelstahl	14
Gusseisen	58
Kupfer	380
Silber	410
Stahlbeton	2,1
Ziegel	0,5 ... 0,9
Glas	0,80
Holz (Mittelwert)	0,15
Kork	0,05
Luft (ruhend)	0,023
Schafwolle	0,040
Wärmedämmstoffe	0,025 ... 0,050
Wasserstoff	0,19
Wasser	0,58

Tabelle 5 Wärmeleitfähigkeit λ

Wärmeleitung in Festkörpern

In Festkörpern wird bei der Wärmeleitung die Wärmeenergie über die Bindungen von Atom (Molekül) auf Atom (Molekül) übertragen. Die Bindung in den Festkörpern überträgt die Energie, wie bei den gekoppelten Oszillatoren, auf benachbarte Teilchen, ohne dass sich die mittlere Lage der Teilchen im Festkörper ändert. Die Verteilungsgeschwindigkeit der Energie über den gesamten Festkörper, und damit die Wärmeleitfähigkeit, ist abhängig von der Gitterstruktur, den Gitterbausteinen (Atome oder Moleküle, relative Atommassen) und der Bindungsart.

So leiten alle Metalle, insbesondere Silber, Kupfer, Gold, Aluminium besonders gut die Wärme und haben eine hohen Wärmeleitkoeffizienten (Tabelle 5). Diese Eigenschaft wird durch folgendes Experiment verdeutlicht:

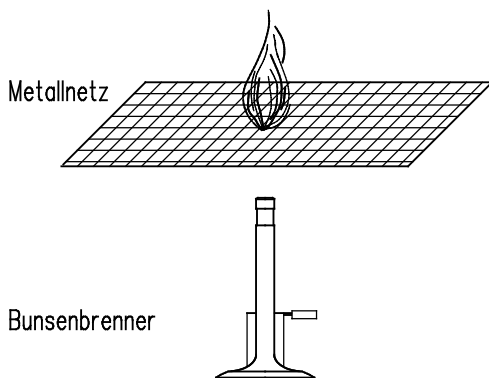


Abbildung 31 Versuch zur Wärmeleitfähigkeit von Metallen

Über einen Bunsenbrenner wird ein Drahtnetz gehalten, und das ausströmende Gas oberhalb des Netzes entzündet (Abbildung 31). Auf Grund der guten Wärmeleitfähigkeit des Metallnetzes wird so viel Wärme zu den Seiten abgeleitet, dass sich das darunter befindliche Gas nicht entzündet.

Anwendung findet dieses Prinzip bei der Grubensicherungslampe im Bergbau (Abbildung 32). Ein brennbares oder explosives Gasgemisch kann durch das Drahtnetz D in den Innenraum der Lampe einströmen und wird dort von der Kerze K entzündet. Das Gasgemisch im Außenraum kann dabei nicht entzündet werden, da das Drahtnetz die Wärme nach allen Seiten rasch ableitet.

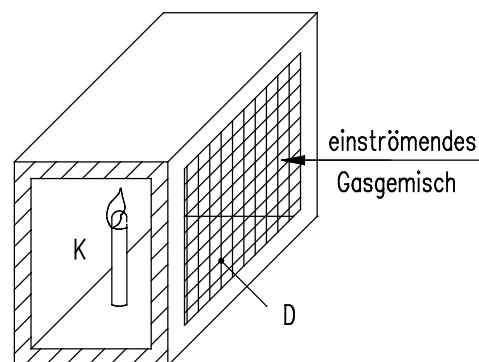


Abbildung 32 Grubensicherungslampe

Am häufigsten wird die gute Wärmeleitung der Metalle in der Praxis bei Heizkörpern, Kochgeschirr, Bügeleisen, Kühlkörpern etc. genutzt.

Eine geringe Wärmeleitfähigkeit haben Holz, Glas, Wolle und andere nichtmetallische Werkstoffe (Tabelle 5). Diese werden daher häufig als Wärmedämmstoffe eingesetzt.

Lehrbeispiel 1

Eine Wand besteht aus Stahlbeton von einer Dicke von 35 cm. Die Außenfläche der Wand ist 47 m² groß. Die Innentemperatur der Wand beträgt 22 °C.

- 1.1 Berechnen Sie den Wärmestrom \dot{Q} , der bei einer Temperatur der Außenwand von 2 °C durch die Wand strömt!
- 1.2 Berechnen Sie die Dicke einer gleich großen Holzwand, die den Wärmestrom auf 1/10 reduziert!

Lösung

Lehrbeispiel 1.1

Geg.: $d = 35 \text{ cm} = 0,35 \text{ m}$; $A = 47 \text{ m}^2$; $\vartheta_1 = 22, \text{ °C}$; $\vartheta_2 = 2 \text{ °C}$; $\lambda = 2,1 \text{ W/(m} \cdot \text{K)}$

Ges.: \dot{Q}

Nach Formel 30 gilt für den Wärmestrom:

$$\dot{Q} = \lambda \cdot A \cdot \frac{\vartheta_1 - \vartheta_2}{d}$$

$$\vartheta_1 - \vartheta_2 = 22^\circ \text{C} - 2^\circ \text{C} \hat{=} 20 \text{ K}$$

$$\dot{Q} = 2,1 \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot \text{K}} \cdot 47 \text{ m}^2 \cdot \frac{20 \text{ K}}{0,35 \text{ m}}$$

$$\dot{Q} = 5640 \text{ W}$$

Der Wärmestrom durch die Wand beträgt 5,64 kW.

Lehrbeispiel 1.2

Der zulässige Wärmestrom beträgt 1/10 von 5,64 kW also 564 W. Somit sind folgende Größen gegeben:

Geg.: $\dot{Q} = 564 \text{ W}$; $\Delta T = 20 \text{ K}$; $A = 47 \text{ m}^2$; $\lambda = 0,15 \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{K})$

Ges.: d

$$\dot{Q} = \lambda \cdot A \cdot \frac{\vartheta_1 - \vartheta_2}{d} \Rightarrow d = \lambda \cdot A \cdot \frac{\vartheta_1 - \vartheta_2}{\dot{Q}}$$

$$d = 0,15 \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot \text{K}} \cdot 47 \text{ m}^2 \cdot \frac{20 \text{ K}}{564 \text{ W}}$$

$$d = 0,25 \text{ m}$$

Die Holzwand muss eine Stärke von 25 cm haben.

Wärmeleitung in Flüssigkeiten

In Flüssigkeiten ist wegen der geringen Bindungs- oder Kohäsionskräfte die Wärmeleitfähigkeit um zwei bis drei Größenordnungen geringer als in Festkörpern (Tabelle 5). Am Beispiel des Wasser kann dies mit dem in Abbildung 33 skizzierten Versuch verdeutlicht werden:

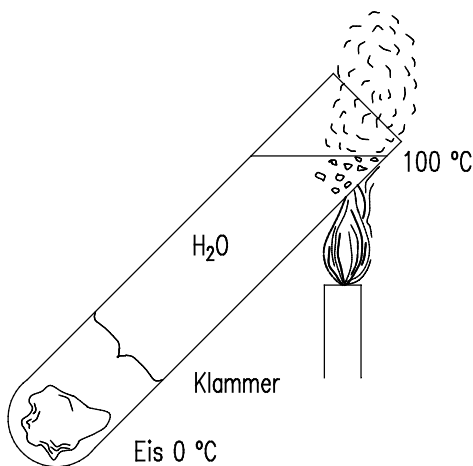


Abbildung 33 Versuch zur Wärmeleitfähigkeit von Wasser

In einem mit kaltem Wasser gefüllten Reagenzglas wird ein Eisstück mit einer Drahtklammer am Boden fixiert. Durch einen Bunsenbrenner kann das Wasser im oberen Teil des Glases zum Sieden gebracht werden, ohne dass das Eis sofort schmilzt. Am Boden des Glases herrscht eine Temperatur von $0\text{ }^{\circ}\text{C}$, im oberen Teil von $100\text{ }^{\circ}\text{C}$.

Wärmeleitung in Gasen

In Gasen erfolgt die Wärmeleitung durch Stöße, die die kinetische Energie der Nachbarteilchen erhöhen. Da der Wärmestrom bei der Wärmeleitung ohne Materietransport stattfindet, vollzieht sich der Wärmeaustausch nur zwischen unmittelbar benachbarten Teilchen. Trotz der relativ großen Beweglichkeit der Teilchen in einem Gas ist die Wärmeleitfähigkeit auf Grund der geringen Dichte sehr gering (Tabelle 5).

Deutlich wird dies beim Leidenfrost'schen Phänomen des „tanzenden Wassertropfens“. Dabei wird ein Wassertropfen auf eine heiße Metallplatte gebracht. Der Wassertropfen rollt hin und her, ohne sofort zu verdampfen. Ursache hierfür ist ein Polster aus Wasserdampf, das sich zwischen heißer Metallplatte und Tropfen bildet. Auf Grund der schlechten Wärmeleitung des Wasserdampfes wird das Verdampfen des Tropfens verzögert.

Die geringe Wärmeleitfähigkeit von ruhenden Gasen, z.B. von Luft, wird in der Technik häufig zur Wärmedämmung genutzt (Doppelfenster, Hohlblocksteine, etc.).

Die Wärmeleitfähigkeit von Gasen ist zudem von der Dichte abhängig und nimmt mit einer Verringerung des Druckes ab. Dieses wird z.B. bei dem doppelwandigen Dewar-Gefäß genutzt, dessen Zwischenraum evakuiert ist.

Die geringe Wärmeleitung in Flüssigkeiten und Gasen wird jedoch sehr häufig durch die Konvektion und die Wärmestrahlung überdeckt.

Konvektion

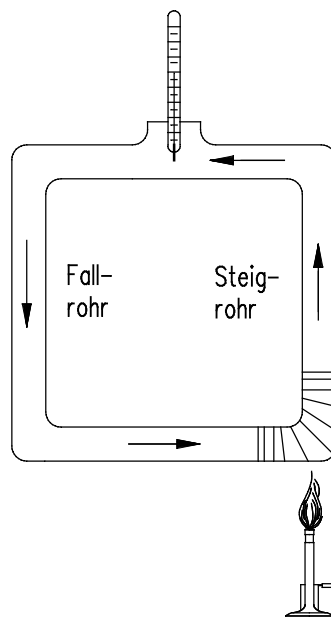


Abbildung 34 Wärmeströmung in Flüssigkeiten

Der Wärmetransport in Flüssigkeiten oder Gasen geschieht in der Regel durch Konvektion (Wärmeströmung). Wird die Flüssigkeit in einem senkrechten Rohrsystem an einer Stelle erwärmt (Abbildung 34), wird die Dichte auf Grund der Wärmeausdehnung geringer. Es entsteht ein Auftrieb und die warme Flüssigkeit steigt im Steigrohr nach oben. Die kältere Flüssigkeit strömt durch das Fallrohr nach und wird ebenfalls erwärmt. Die Flüssigkeit zirkuliert in dem Rohrsystem.

Definition

Bei der Konvektion in Flüssigkeiten oder Gasen strömt nicht die Wärmemenge selbst, sondern das Medium, welches die Wärme mit sich führt.

Genutzt wird die Konvektion bei der Warmwasserheizung oder bei der Luftzirkulation in Räumen (Abbildung 35). Auch Meeresströmungen und Witterungserscheinungen sind mit Wärmeströmung verbunden.

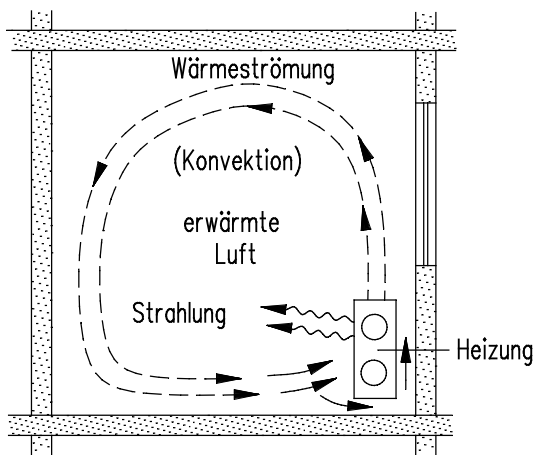


Abbildung 35 Wärmeströmung in Gasen

Will man die geringe Wärmeleitfähigkeit von Flüssigkeiten oder Gasen für Isolationszwecke nutzen, muss die Konvektion verhindert werden. Dies kann durch bestimmte räumliche Anordnungen - in dem Versuchsaufbau von Abbildung 34 findet Konvektion nur oberhalb der Brennerflamme statt - oder z.B. durch das Einsetzen von Trennwänden geschehen.

Wärmeübergang

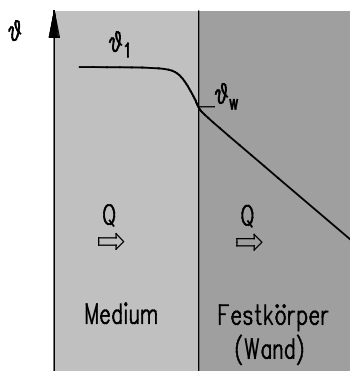


Abbildung 36 Wärmeübergang

Bei den in dem Lehrbeispiel 1 angegebenen Temperaturen handelt es sich um die Oberflächentemperaturen der Wand. Diese sind nicht mit der Zimmertemperatur oder der Außentemperatur zu verwechseln.

Flüssigkeiten oder Gase, die mit einer festen Wand in Berührung kommen, geben Wärme an die Oberfläche ab oder empfangen Wärme von ihr (Abbildung 36). Die übergehende Wärmemenge ist abhängig von der Wandfläche A , der Temperatur ϑ_1 des Mediums, der Temperatur ϑ_w der Wand und der Dauer t des Wärmeüberganges. Die übergehende Wärmemenge berechnet sich somit nach:

$$Q = \alpha \cdot A \cdot t \cdot (\vartheta_1 - \vartheta_w) \quad (\text{Formel 31})$$

Der Proportionalitätsfaktor wird als **Wärmeübergangskoeffizient** α bezeichnet, und hat folgende Bedeutung:

Der Wärmeübergangskoeffizient α gibt an, wie groß die Wärmemenge Q ist, die von einem flüssigen oder gasförmigen Medium in 1 Sekunde auf 1 m² einer festen Wand bei einem Temperaturunterschied von 1 K übergeht.

Die Einheit des Wärmeübergangskoeffizienten berechnet sich zu:

$$[\alpha] = \frac{[Q]}{[A] \cdot [t] \cdot [\Delta\vartheta]} = \frac{\text{J}}{\text{m}^2 \cdot \text{s} \cdot \text{K}} = \frac{\text{Ws}}{\text{m}^2 \cdot \text{s} \cdot \text{K}} = \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}}$$

Der Wärmeübergangskoeffizient für einen bestimmten Fall ist von vielen Faktoren abhängig. Oberflächenbeschaffenheit, Gestalt und Lage der Wand, sowie die Strömungsart des Mediums müssen berücksichtigt werden. Daher gibt es zur Ermittlung von α umfangreiche Tabellenwerke und zahlreiche Hilfsformeln, dennoch bleibt die Ermittlung des richtigen Wertes häufig schwierig.

Wärmedurchgang

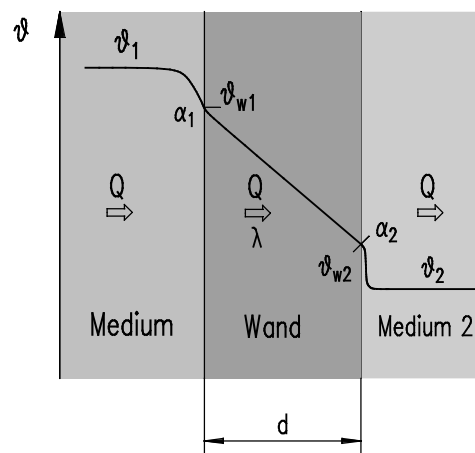


Abbildung 37 Wärmedurchgang

Der Übergang der Wärme Q zwischen zwei Medien durch eine trennende Wand vollzieht sich in drei Schritten (Abbildung 37).

Schritt 1:

Wärmeübergang vom Medium 1 auf die linke Wandfläche nach:

$$Q = \alpha_1 \cdot A \cdot t \cdot (\vartheta_1 - \vartheta_{w1})$$

Schritt 2:

Dieselbe Wärmemenge Q wird durch die Wand geleitet, es gilt:

$$Q = \lambda \cdot A \cdot t \cdot \frac{\vartheta_{w1} - \vartheta_{w2}}{d}$$

Schritt 3:

Die Wärme Q geht von der rechten Wandfläche auf das Medium 2 über:

$$Q = \alpha_2 \cdot A \cdot t \cdot (\vartheta_{w2} - \vartheta_2)$$

Werden die obigen drei Gleichungen nach $1/\alpha_1$, $1/\alpha_2$ und d/λ umgestellt und addiert, so ergibt sich, nach einigen mathematischen Umformungen, für die durchgehende Wärmeenergie Q :

$$Q = k \cdot A \cdot t \cdot (\vartheta_1 - \vartheta_2) \quad (\text{Formel 32})$$

Die Proportionalitätskonstante k berechnet sich für die in Abbildung 37 dargestellte einschichtige Wand nach:

$$\frac{1}{k} = \frac{1}{\alpha_1} + \frac{1}{\alpha_2} + \frac{d}{\lambda}$$

Der Proportionalitätsfaktor wird als **Wärmedurchgangskoeffizient k** (oder U) bezeichnet und hat folgende Bedeutung:

Der Wärmedurchgangskoeffizient k gibt an, wie groß die Wärmemenge Q ist, die bei einem Temperaturunterschied von 1 K von einem flüssigen oder gasförmigen Medium in 1 Sekunde durch 1 m² einer festen Wand der Dicke 1 m auf ein zweites Medium übergeht.

Die Einheit des Wärmedurchgangskoeffizienten ist gleich der des Wärmeübergangskoeffizienten.

Der Wärmedurchgangskoeffizient ist bei allen Isolationsproblemen, z.B. im Bauwesen (Tabelle 6), von größter Bedeutung.

Wärmedurchgangskoeffizient in W/(m ² · K)						
Ziegelsteinmauer	Dicke	12 cm	25 cm	38 cm	51 cm	64 cm
	k	2,78	2,0	1,5	1,3	1,1
Fenster		einfach		Doppelfenster		
	k	5,8		1,2 bis 1,4		

Tabelle 6 Wärmedurchgangskoeffizienten k

Für eine mehrschichtige Wand aus z Schichten berechnet sich der Wärmedurchgangskoeffizient nach:

$$\frac{1}{k} = \frac{1}{\alpha_1} + \frac{1}{\alpha_2} + \sum_{i=1}^z \frac{d_i}{\lambda_i}$$

Die Qualität des Wärmedurchgangskoeffizienten ist wiederum davon abhängig, wie genau die Wärmeübergangskoeffizienten α_1 und α_2 zu bestimmen sind.

Wärmestrahlung

Wärme kann nicht nur durch Wärmeleitung oder durch Konvektion, d.h. durch oder mit Materie transportiert werden. Bei der Wärmestrahlung wird die Wärme ohne materiellen Kontakt durch elektromagnetische Strahlung übertragen. So wird z.B. Wärmeenergie von der Sonne zur Erde durch das Vakuum des Weltraums zur Erde übertragen.

Spektrale Verteilung der Wärmestrahlung

Jeder Körper mit einer höheren Temperatur als seine Umgebung gibt Wärme an diese ab. Dabei geschieht dies, je nach den Umgebungsverhältnissen, teilweise oder ganz durch Wärmestrahlung. Die spektrale Verteilung der Wärmestrahlung ist abhängig von der Temperatur des Strahlers. Abbildung 10 zeigt die Energiestromdichten als Funktion der Wellenlänge λ für verschiedene Körpertemperaturen.

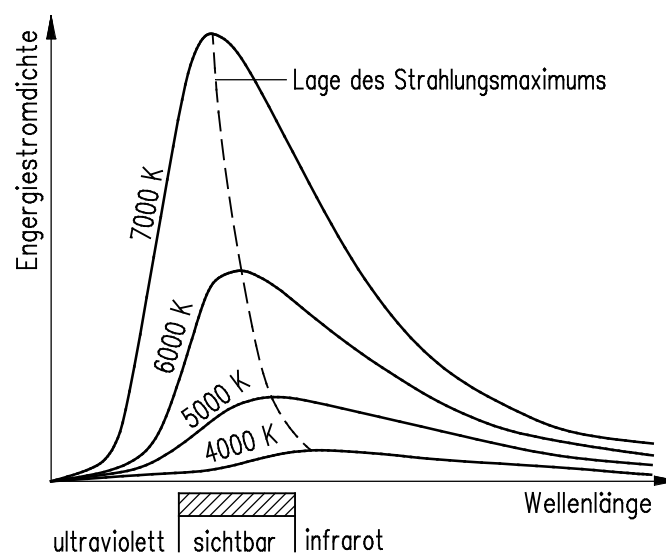


Abbildung 38 Energiestromdichte als Funktion der Wellenlänge für verschiedene Körpertemperaturen

Die Lage des Strahlungsmaximums erlaubt nach dem Wien'schen Verschiebungsgesetz eine Berechnung der Strahlertemperatur.

Wien'sches Verschiebungsgesetz

Ein schwarzer Körper strahlt bei der Temperatur T am intensivsten mit der Wellenlänge λ_{\max} , und es gilt:

$$\lambda_{\max} = \frac{2,898 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K}}{T}$$

(Formel 33)

Wie schon erwähnt nutzt man dieses Verhalten in der „**Pyrometrie**“ zur berührungs-freien Temperaturbestimmung von Oberflächen, z.B. der Sonne.

Eine weitere Größe der Wärmestrahlung ist die Strahlungsintensität oder Energie-stromdichte der Strahlung I:

$$I = \frac{\Delta P}{A} = \frac{\Delta E}{A \cdot \Delta t}$$

Hierbei sind ΔP und ΔE die transportierte Leistung bzw. Energie der Strahlung, A die bestrahlte Fläche und Δt die Bestrahlungszeit. Die Einheit der Strahlungsintensität ist $\text{J}/(\text{m}^2 \cdot \text{s}) = \text{W}/\text{m}^2$. Den Zusammenhang zwischen Temperatur und Strahlungsintensität beschreibt das

Stefan-Boltzmann Gesetz:

Die Strahlungsintensität eines schwarzen Körpers wächst mit der 4. Potenz der Temperatur.

$$I_s(T) = \sigma \cdot T^4$$

(Formel 34)

Die Theorie liefert für die Stefan-Boltzmann Konstante σ den Wert $\sigma = 5,6703 \cdot 10^{-8} \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K}^4)$.

Die beiden angeführten Gesetze gelten nur für Körper mit ideal schwarzer Oberfläche d.h. „**schwarze Körper**“. Ein schwarzer Körper absorbiert alle auftreffende Strahlung, eine ideal blank polierte Fläche dagegen reflektiert die auftreffende Strahlung voll-ständig. Man definiert daher das Absorptionsvermögen a nach:

$$a = \frac{\text{absorbierte Intensität}}{\text{auftreffende Intensität}}$$

Die Abhängigkeit des Absorptionsvermögens von der Beschaffenheit der Oberfläche kann mit dem in Abbildung 39 skizzierten Versuchsaufbau einfach demonstriert wer-den.

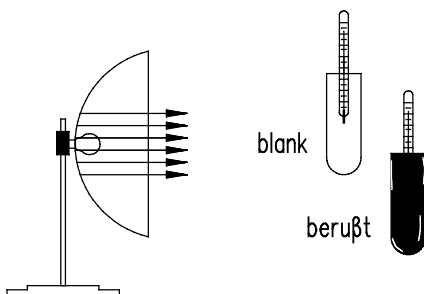


Abbildung 39 Wärmestrahlung

Eine Heizsonne bestrahlt eine blanken und eine berußten Metallhülse gleich stark. Das Thermometer in der blanken Hülse zeigt eine wesentlich niedrigere Temperatur als das Thermometer in der berußten Hülse. Die blanken Hülse hat den größten Teil der Strahlung reflektiert, die berußte Hülse den größten Teil der Strahlung absorbiert.

Zur Herleitung der Strahlungsintensität eines nicht schwarzen Körpers ($a < 1$) dient das zu erst von Kirchhoff durchgeführte Gedankenexperiment (Abbildung 40).

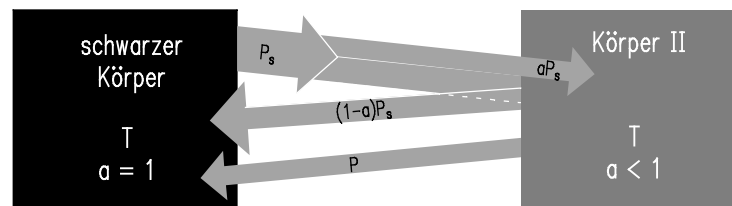


Abbildung 40 Gedankenexperiment zur Herleitung des Kirchhoff'schen Gesetzes

In einem abgeschlossenen System stehen sich ein ideal schwarzer Körper ($a = 1$) und ein zweiter Körper ($a < 1$) mit gleicher Fläche A gegenüber. Sie befinden sich im thermischen Gleichgewicht d.h. beide Körper haben die gleiche Temperatur T .

Der schwarze Körper emittiert eine Strahlungsleistung $P_s = A \cdot I_s$, die auf den zweiten Körper trifft. Der zweite Körper absorbiert die Leistung $a \cdot P_s$, die Strahlungsleistung $(1 - a) \cdot P_s$ wird reflektiert. Auf Grund seiner Temperatur emittiert der zweite Körper die Strahlungsleistung P . Die reflektierte und die emittierte Strahlung treffen auf den schwarzen Körper. Da beide Körper im thermischen Gleichgewicht sind - es findet keine Temperaturänderung mehr statt - sind die vom schwarzen Körper aufgenommene und emittierte Leistung gleich, es gilt:

$$P_s = P + (1 - a) \cdot P_s$$

Umstellen dieser Gleichung nach der Strahlungsleistung P des zweiten Körpers ergibt das

Kirchhoff'sche Gesetz:

Die Strahlungsintensität I eines Körpers ist proportional zum Absorptionskoeffizienten a und der Strahlungsintensität I_s eines schwarzen Körpers gleicher Temperatur, es gilt:

$$I = a \cdot I_s \quad (\text{Formel 35})$$

Dies bedeutet, dass ein Körper der Strahlung gut absorbiert, gleichzeitig eine gute Strahlungsemission hat und es gilt:

Absorptionskoeffizient = Emissionskoeffizient

Generell kann gesagt werden, dass feste und flüssige Materialien einen höheren Absorptionskoeffizienten haben als Gase. Bei den Festkörpern ist zudem, wie das in Abbildung 39 dargestellte Experiment zeigt, die Oberflächenbeschaffenheit von Aus-schlag gebender Bedeutung.

Zudem ist bei der Angabe des Absorptionsvermögen eine Wellenlängenabhängigkeit zu berücksichtigen. So hat z.B. helle, fast weiße Acrylfarbe für Wellenlängen im sichtbaren Bereich ein Absorptionsvermögen von $a \approx 0,3$, im infraroten Bereich ist jedoch $a \approx 0,95$. Sie verhält sich somit fast wie ein schwarzer Körper und ist damit geeignet als Heizkörperfarbe, die gut abstrahlt.

Aufgabe 1

Nennen Sie vier Möglichkeiten der Temperaturbestimmung!

Aufgabe 2

Nennen Sie die Fixpunkte zur Temperaturbestimmung mit der Celsiusskala und der Kelvinskala!

Aufgabe 3

Berechnen Sie die entsprechende ganzzahlige Celsius- bzw. Kelvintemperatur für die angegebenen Temperaturen!

3.1 $\vartheta = 46\text{ °C}$

3.2 $T = 23\text{ K}$

3.3 $\vartheta = -58\text{ °C}$

3.4 $T = 179\text{ K}$

3.5 $T = 457\text{ K}$

Aufgabe 4

Die Temperatur von -49 °C eines Körpers wird um 30 K erhöht.

Berechnen Sie seine Endtemperatur!

Aufgabe 5

Ein Körper mit der Temperatur 3 °C wird auf eine Temperatur von 177 K gebracht.

Berechnen Sie die Temperaturänderung!

Aufgabe 6

Nennen Sie die physikalische Bedeutung des Längenausdehnungskoeffizienten!

Aufgabe 7

Nennen Sie Gründe, warum bei der Längenausdehnung im Allgemeinen mit der Näherungsformel gerechnet werden darf!

Aufgabe 8

Eine Autobahnbrücke aus Stahlbeton hat bei 10 °C eine Länge von 300 m .

Berechnen Sie die Länge der Brücke, wenn sie sich im Sommer auf 40 °C erwärmt und im Winter auf -30 °C abkühlt!

Aufgaben

Aufgabe 9

Ein Zinkrohr hat bei einer Temperatur von 100 °C eine Länge von 18020 mm.

Berechnen Sie die Temperatur, bei der die Länge des Rohres 18000 mm beträgt.

Aufgabe 10

Ein Stahlring hat bei 22 °C einen Durchmesser von 500 mm.

Berechnen Sie den Durchmesser und den Umfang des Ringes bei einer Erwärmung um 228 K!

Aufgabe 11

Leiten Sie ein Flächenausdehnungsgesetz her und interpretieren Sie die Flächenausdehnungszahl!

Anleitung: Führen Sie die Herleitung an einem Rechteck mit der Länge l und der Breite b durch.

Aufgabe 12

Erklären Sie, welche Näherung bei der Herleitung des Volumenausdehnungsgesetzes bei festen Körpern vorgenommen wird, und warum diese zulässig ist!

Aufgabe 13

Begründen Sie den Einsatz von Stahl als Bewehrung für Beton!

Aufgabe 14

Warum zerspringt erhitztes Quarzglas nicht, wenn es in kaltes Wasser getaucht wird?

Aufgabe 15

Berechnen Sie die Temperaturerhöhung, die benötigt wird, um das Volumen von Quarzglas um 1 % zu vergrößern!

Aufgabe 16

Stahlguss hat bei 1200 °C eine Dichte von 7,53 kg/dm³ und einen Längenausdehnungskoeffizienten von $\alpha = 1,2 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$.

Berechnen Sie die Dichte von Stahlguss bei 20 °C!

Aufgabe 17

Das Volumen vom Grauguss verringert sich bei einer Temperaturniedrigung von 1100 °C auf 20 °C um 3,4 %.

Berechnen Sie den linearen Ausdehnungskoeffizienten von Grauguss!

Aufgabe 18

Ein kreisförmiges Zinkblech hat bei 15 °C einen Durchmesser von 200 mm.

Berechnen Sie die Temperatur, die benötigt wird, um die Fläche des Bleches um 1 % zu vergrößern!

Aufgabe 19

Erwärmt man das Glasgefäß eines Thermometers mit einem Streichholz, so fällt zunächst die Quecksilbersäule in der Kapillare kurzzeitig und beginnt erst dann zu steigen.

Erklären Sie diese Erscheinung!

Aufgabe 20

Auch bei der Berechnung der Volumenänderung von Flüssigkeiten wird teilweise eine Näherungsformel eingesetzt.

Erklären Sie, warum diese Näherungsformel wesentlich ungenauer im Ergebnis ist, als die Näherungsformel bei festen Körpern!

Aufgabe 21

Berechnen Sie die Volumenzunahme, wenn in einer Warmwasserheizung 3,5 m³ Wasser von 14 °C auf 75 °C erwärmt wird!

Aufgabe 22

Bei 20 °C beträgt der Rauminhalt eines Fasses aus Aluminiumblech genau 220 Liter. Das Fass wird mit Alkohol gefüllt.

Berechnen Sie den Hohlraum, der beim Füllen gelassen werden muss, wenn bei einer Endtemperatur von 45 °C keine Verluste durch Überlaufen eintreten sollen!

Aufgabe 23

Geben Sie die Definition eines idealen Gases an!

Aufgabe 24

Geben Sie die physikalische Bedeutung des isobaren Ausdehnungskoeffizienten an!

Aufgabe 25

Begründen Sie mithilfe des Gay-Lussac'schen Gesetzes den theoretischen Wert des absoluten Nullpunkts!

Aufgabe 26

Welche Aussage trifft das Gesetz von Amontons?

Aufgabe 27

Erklären Sie die Aussagen und den Unterschied zwischen der allgemeinen und der universellen Gasgleichung!

Aufgabe 28

Beschreiben Sie kurz die drei Ausbreitungsarten der Wärme!

Aufgabe 29

Welche physikalische Aussage macht der Wärmeleitkoeffizient?

Aufgabe 30

Berechnen Sie die Wärmemenge Q , die in 10 Minuten durch $0,5 \text{ m}^2$ einer 2 cm dicken Aluminiumwand strömt, wenn der Temperaturunterschied der beiden Oberflächen 10 K beträgt!

Aufgabe 31

Erklären Sie den Unterschied zwischen Wärmedurchgang und Wärmeübergang!

Aufgabe 32

Welche Größe kann auf Grund der spektralen Verteilung der Wärmestrahlung bestimmt werden?

Aufgabe 33

Welche physikalische Bedeutung hat das Absorptionsvermögen eines Körpers?

2 Wärme als Energieart und Energieträger

Lernbereich

2.1 Wärmemenge und erster Hauptsatz

Bis zur Mitte des 19. Jahrhundert glaubte man, dass die Wärme ein unerschaffbarer und unzerstörbarer Stoff, das „Caloricum“, sei. Die Temperatur eines Stoffes war nach dieser Vorstellung von der aufgenommenen Menge dieses Wärmestoffes abhängig.

Erst 1842 wurde von dem deutschen Arzt **J. R. Mayer** der theoretische Zusammenhang zwischen Wärme und Arbeit dargelegt. Es gelang ihm aus den damals bekannten Gasgesetzen und Gaskonstanten den Umrechnungsfaktor zwischen der mechanischen Energie und der Wärmeenergie zu berechnen. Diese Rechnungen bildeten eine wichtige Grundlage für die Entwicklung der damals noch nicht bekannten kinetischen Gastheorie.

Im gleichen Jahr gelang dem Engländer **J. P. Joule** der experimentelle Beweis, dass mechanische Energie in Wärmeenergie umgewandelt werden kann. Bei seinen Untersuchungen verwendete Joule den in Abbildung 41 skizzierten Versuchsaufbau.

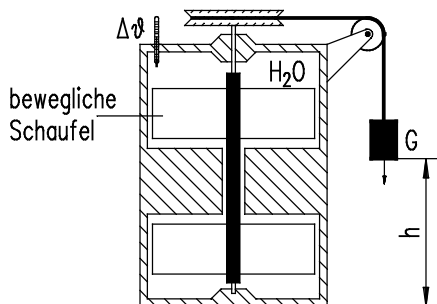


Abbildung 41 Versuchsaufbau von J. P. Joule

Ein Schaufelsystem in Wasser wurde durch das langsame Absenken eines Körpers von der Gewichtskraft G in Bewegung gesetzt. Die durch das Absinken des Körpers frei werdende potenzielle Energie $E_{\text{pot}} = G \cdot h$ wurde durch Reibung zwischen den Schaufeln und dem Wasser vollständig in Wärme umgewandelt. Durch genaue Messungen fand Joule, dass zum Erwärmen von 1 kg Wasser von 14,5 °C auf 15,5 °C eine Energie von 4187 Joule notwendig ist. Die Wärmemenge von 1 kg Wasser ist somit bei 15,5 °C um 4,187 kJ größer als die Wärmemenge bei 14,5 °C.

Lange Zeit wurde in der Wärmelehre die Wärmeenergie von 4,187 kJ als eine eigene Energieeinheit aufgefasst und ihr der Name 1 kcal (Kilokalorie) gegeben. Da sich dadurch Umrechnungsschwierigkeiten bei Aufgaben, in denen Wärmeenergie und andere Energien gleichzeitig auftraten ergaben, gilt im internationalen Einheitensystem (SI-System) die Vereinbarung:

Bei der Wärme handelt es sich um eine Erscheinungsform der Energie, für die Einheit gilt: $[Q] = 1 \text{ J}$

Da es sich bei der Wärmemenge um eine Form der Energie handelt, können auch alle Gesetzmäßigkeiten für Energien aus anderen Gebieten der Physik angewandt werden.

1. Hauptsatz der Thermodynamik

Der erste Hauptsatz der Thermodynamik behandelt das Prinzip von der Erhaltung der Energie unter Einbeziehung der Wärme, er lautet:

1. Hauptsatz:

In einem thermisch und mechanisch abgeschlossenen System ist die Summe aller Energien konstant.

Wird in einem Teilsystem eines abgeschlossenen System die mechanische Energie, z.B. die kinetische Energie auf Grund von Reibungsvorgängen reduziert, verbleibt diese Energie in dem System. Sie liegt jetzt nur in einer anderen Energieform, als thermische Energie vor. Es lässt sich der Energiegehalt eines Systems nur durch den Austausch von mechanischer Energie W oder thermischer Energie Q mit der Umgebung ändern. Dies führt zur zweiten Formulierung des ersten 1. Hauptsatzes:

1. Hauptsatz:

Es gibt kein „Perpetuum mobile“ 1. Art.

Das heißt, es gibt keine Maschine, die periodisch Arbeit verrichtet, ohne dass ihr ein entsprechender Energiebetrag von außen zugeführt wird.

Um die Aussage des ersten Hauptsatzes auch mathematisch darstellen zu können, sind einige Definitionen anzuführen:

Thermische Energie Q

Thermische Energie ist die Gesamtheit der potenziellen und kinetischen Energie der Teilchen eines abgeschlossenen Systems.

Führt die Zuführung von Energie zu einer Temperaturerhöhung, hat dies eine Zunahme der kinetischen Energie der Teilchen zur Folge. Bei Flüssigkeiten und Gasen kommt es zu einer Erhöhung der mittleren Geschwindigkeit der Teilchen, bei ortsfesten Teilchen kommt es zu einer größeren Schwingungsenergie (größere Schwingungsamplitude und höhere Frequenz).

Führt die Zufuhr der Energie zu einer Änderung des Aggregatzustandes, hat dies eine Zunahme der potenziellen Energie des Systems zur Folge.

Innere Energie U

Die Innere Energie ist die gesamte Energie eines thermodynamischen Systems und umfasst die thermische Energie, die chemische Energie und die nukleare Energie.

Die chemische und nukleare Energie bewirken den molekularen bzw. den atomaren Aufbau eines Stoffes. Bei thermischen Prozessen ändern sich diese Energien nicht. Sie werden daher in der Wärmelehre bei der Betrachtung der inneren Energie nicht berücksichtigt.

Im Bereich der Thermodynamik wird nur die Zufuhr oder Ableitung von Wärme und die vom oder am System geleistete Arbeit untersucht. Die mathematische Formulierung des 1. Hauptsatzes lautet daher:

1. Hauptsatz:

$$\Delta U = \Delta Q + \Delta W$$

(Formel 36)

Die Änderung der inneren Energie U eines abgeschlossenen thermodynamischen Systems ist gleich der Summe der dem System übertragenen Wärme Q und der am System verrichteten Arbeit W .

Für die Änderung der inneren Energie schreibt sich der 1. Hauptsatz in der differentiellen Form:

1. Hauptsatz:

$$dU = dQ + dW$$

(Formel 37)

Bei der Durchführung einer Bilanz von Energie und Arbeit gilt folgende Vereinbarung:

Energiebilanz

Jede dem System zugeführte Energie oder Arbeit wird positiv, und jede vom System abgegebene Energie oder Arbeit wird negativ gezählt.

Beispiele für die Umwandlung von mechanischer Energie in thermische zeigen die folgenden Lehrbeispiele.

Lehrbeispiel 1

Ein Fahrzeug wird mit einer Bremskraft von 5,50 kN auf einer Strecke von 25 m zum Stehen gebracht.

Berechnen Sie die Wärmemenge, die dabei in der Bremse entsteht!

Lösung

Geg.: $F = 5,50 \text{ kN}$; $s = 25 \text{ m}$

Ges.: ΔQ

Die Kraft $F = 5,50 \text{ kN}$ verrichtet längs des Bremsweges $s = 25 \text{ m}$ die Bremsarbeit W .

$$W = F \cdot s$$

$$W = 5,50 \text{ kN} \cdot 25 \text{ m}$$

$$W = 137,5 \text{ kJ}$$

Die Bremsarbeit W wird in der Bremse durch Reibung (der Verschleiß der Bremse ist zu vernachlässigen) vollständig in Wärme umgewandelt, es gilt:

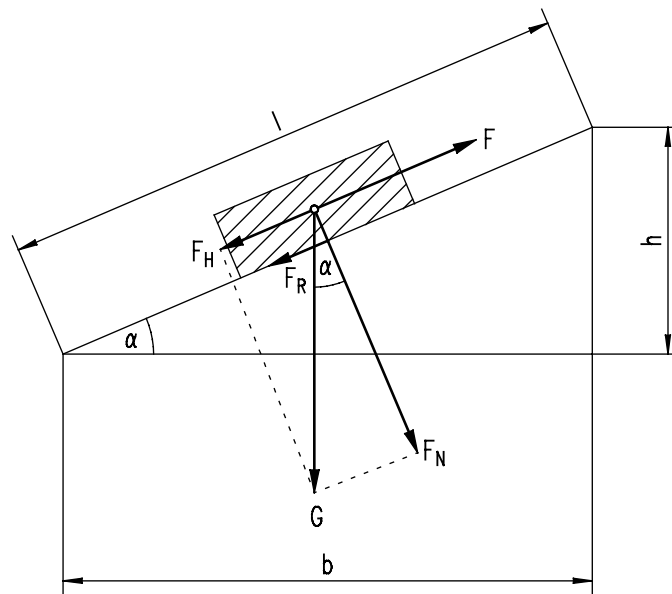
$$\Delta Q = W$$

$$\Delta Q = \underline{137,5 \text{ kJ}}$$

In der Bremse entsteht eine Wärmemenge von 137,5 kJ.

Lehrbeispiel 2

Ein Körper von der Gewichtskraft 745 kN wird über eine 8,75 m lange Rampe mit konstanter Geschwindigkeit auf die 1,60 m hohe Ladefläche eines Lastkraftwagens gezogen (siehe Skizze).



- 2.1 Berechnen Sie die Gesamtarbeit bei einer Reibungszahl von $\mu = 0,420$!
- 2.2 Bestimmen Sie die aufgebrachte Reibarbeit!
- 2.3 Welche Wärmemenge wurde bei diesem Ladevorgang erzeugt?

Lösung

Geg.: $G = 745 \text{ kN}$; $l = 8,75 \text{ m}$; $h = 1,60 \text{ m}$; $\mu = 0,42$

Lehrbeispiel 2.1

Ges.: W

Die für die Bewegung des Körpers benötigte Gesamtkraft F berechnet sich aus der Hangabtriebskraft F_H und der zu überwindenden Reibungskraft F_R :

$$F = F_H + F_R$$

$$F_H = G \cdot \frac{h}{l}, \quad G = m \cdot g = 745 \text{ kN}$$

$$F_R = \mu \cdot F_N$$

Die Normalkraft F_N ergibt sich nach:

$$F_N = G \cdot \frac{b}{l}$$

$$b^2 = l^2 - h^2$$

$$b = \sqrt{l^2 - h^2}$$

$$b = \sqrt{(8,75\text{ m})^2 - (1,6\text{ m})^2}$$

$$b = 8,60\text{ m}$$

Die Gesamtarbeit W berechnet sich zu:

$$W = (F_H + F_R) \cdot l$$

$$W = \left(G \cdot \frac{h}{l} + \mu \cdot F_N\right) \cdot l$$

$$W = \left(G \cdot \frac{h}{l} + \mu \cdot G \cdot \frac{b}{l}\right) \cdot l$$

$$W = G \cdot h + \mu \cdot G \cdot b$$

$$W = G \cdot (h + \mu \cdot b)$$

$$W = 745\text{ kN} \cdot (1,60\text{ m} + 0,420 \cdot 8,60\text{ m})$$

$$\underline{\underline{W = 3,88\text{ MJ}}}$$

Es wurde eine Gesamtarbeit vom 3,88 MJ verrichtet.

Lehrbeispiel 2.2

Ges.: W_R

Die Reibarbeit längs des Transportweges l berechnet sich zu:

$$W_R = F_R \cdot l$$

$$W_R = \mu \cdot G \cdot \frac{b}{l} \cdot l$$

$$W_R = \mu \cdot G \cdot b$$

$$W_R = 0,420 \cdot 745\text{ kN} \cdot 8,60\text{ m}$$

$$\underline{\underline{W_R = 2,69\text{ MJ}}}$$

Es muss eine Reibarbeit von 2,69 MJ aufgebracht werden.

Lehrbeispiel 2.3

Ges.: ΔQ

Die Hubarbeit $F_H = G \cdot h$ erhöht die potenzielle Energie des Körpers, die nicht zur Wärmemenge beiträgt. Die Reibarbeit W_R führt zur Erwärmung des Körpers und der schiefen Ebene. Daher gilt für die beim Ladevorgang entstandene Wärmemenge:

$$\Delta Q = W_R$$

$$\Delta Q = 2,69 \text{ MJ}$$

Es wurde eine Wärmemenge von 2,69 MJ erzeugt.

Spezifische Wärmekapazität

In vielen Fällen bewirkt eine Wärmezufuhr bei einem Körper nur eine Temperaturerhöhung. Aus der Erfahrung ist bekannt, dass die einem Körper zuzuführende Wärmemenge von der Masse des Körpers, dem Material und der gewünschten Temperaturerhöhung abhängt. Der Zusammenhang zwischen diesen Größen lässt sich experimentell leicht untersuchen.

Um den Zusammenhang zwischen der zuzuführenden Wärmemenge ΔQ und der Temperaturerhöhung $\Delta \vartheta = \vartheta_2 - \vartheta_1$ bei konstanter Masse m zu untersuchen, wird folgendes Experiment durchgeführt:

Eine Wassermenge von z.B. 250 g wird durch einen Tauchsieder mit konstanter Leistung unter ständigem Rühren erwärmt. Die Temperaturerhöhung wird in Zeitintervallen von 30 s mit einem Thermometer gemessen. Die Messergebnisse und das Schaubild zeigen Tabelle 7 und Abbildung 42.

Zeit	0	30	60	90	120	150	180	210	240	270	300	s
ϑ	15	25	35	45	55	65	75	85	95	100	100	°C

Tabelle 7 Temperaturerhöhung des Wassers

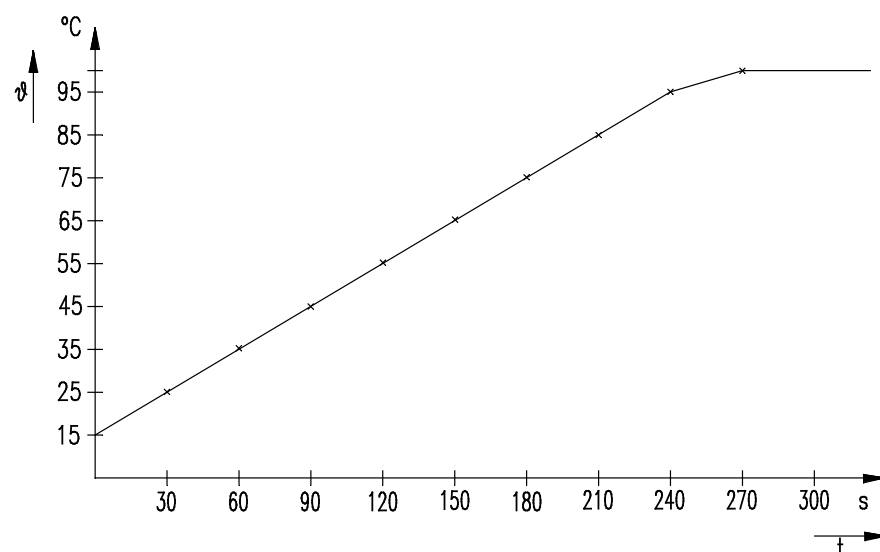


Abbildung 42 Temperatur-Zeit-Diagramm

Die Messwerte für die Temperaturerhöhung liegen bis ca. 95 °C auf einer Geraden und es gilt:

$$\Delta\vartheta \sim \Delta t$$

Da der Tauchsieder mit konstanter Leistung arbeitet, gilt zudem die Proportionalität:

$$\Delta t \sim \Delta Q$$

Somit ist die Temperaturerhöhung proportional zur zugeführten Wärmemenge:

$$\Delta Q \sim \Delta\vartheta$$

Führt man einen weiteren Versuch durch, bei dem verschiedene Wassermengen um dieselbe Temperaturdifferenz erwärmt werden und die benötigten Zeitintervalle gemessen werden, ergibt sich die folgende Proportionalität:

$$\Delta Q \sim m$$

Aus den beiden Teilergebnissen erhält man:

$$\Delta Q \sim m \cdot \Delta\vartheta$$

Mit Einführung einer Proportionalitätskonstanten c ergibt sich für die Wärmemenge ΔQ , die benötigt wird, um eine Masse m eines Materials um den Temperaturunterschied $\Delta\vartheta$ zu erwärmen, folgende Gleichung:

$$\Delta Q = c \cdot m \cdot \Delta\vartheta \quad (\text{Formel 38})$$

Die Proportionalitätskonstante c wird als spezifische Wärmekapazität bezeichnet. Sie ist eine Materialkonstante und hat folgende physikalische Bedeutung:

Spezifische Wärmekapazität c

Die spezifische Kapazität c ist die Wärmemenge ΔQ , die notwendig ist, die Temperatur von 1 kg eines bestimmten Materials um 1 K zu erhöhen.

Für die Berechnung der spezifischen Wärmekapazität ergibt sich folgende Gleichung:

$$c = \frac{\Delta Q}{m \cdot \Delta\vartheta} \quad (\text{Formel 39})$$

Für die Einheit gilt:

$$[c] = \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} = \frac{\text{J}}{\text{g} \cdot \text{K}}$$

Die spezifischen Wärmekapazitäten einiger Feststoffe und Flüssigkeiten zeigt die Tabelle 8.

Feste Körper	c in $\frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$	Flüssigkeiten	c in $\frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$
Aluminium	0,895	Wasser	4,19
Stahl	0,42 ... 0,67	Alkohol	2,43
Eisen	0,460	Öl	1,97
Konstantan	0,410	Petroleum	2,14
Kupfer	0,389	Benzol	1,73
Messing	0,385	Schwefelsäure	1,45
Gold	0,131	Quecksilber	0,14
Blei	0,130		
Glas	0,71 ... 0,84		
Eis	2,10		
Beton	0,84		
Gestein	0,85		

Tabelle 8 Spezifische Wärmekapazität einiger Stoffe (zwischen 20 °C und 100 °C)

Häufig wird auch die **Stoffmenge** n als Bezugsmenge für die Bestimmung der Wärmekapazität gewählt, und man erhält die molare Wärmekapazität (Molwärme) C_m .

Molare Wärmekapazität C_m

Die molare Wärmekapazität C_m ist die Wärmemenge ΔQ , die notwendig ist, die Temperatur von 1 mol eines bestimmten Materials um 1 K zu erhöhen.

oder:

$$C_m = \frac{\Delta Q}{n \cdot \Delta \vartheta} \quad (\text{Formel 40})$$

Für die Einheit gilt:

$$[C_m] = \frac{\text{kJ}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$$

Aus $m = n \cdot M_r$ (molare Masse) ergibt sich der folgende Zusammenhang zwischen der molaren und spezifischen Wärmekapazität:

$$C_m = M_r \cdot c \quad (\text{Formel 41})$$

Da die spezifische Wärmekapazität temperaturabhängig ist, gelten die angegebenen Tabellenwerte genau nur für das angegebene Temperaturintervall.

Lehrbeispiel 3

Durch eine Wasserheizung strömen stündlich 250 l Wasser ($\rho_w = 1 \text{ kg/dm}^3$) durch die Heizkörper und kühlen sich dabei von 75 °C auf 40 °C ab.

Berechnen Sie die dabei abgegebene Wärmemenge und die Leistung der Heizkörper!

Lösung

Geg.: $V = 250 \text{ dm}^3$; $\vartheta_1 = 75 \text{ °C}$; $\vartheta_2 = 40 \text{ °C}$; $c_w = 4,19 \text{ kJ/(kg} \cdot \text{K)}$; $\rho_w = 1 \text{ kg/dm}^3$; $t = 1 \text{ h}$

Ges.: ΔQ

$$\Delta Q = m_w \cdot c_w \cdot \Delta \vartheta$$

$$m_w = \rho_w \cdot V$$

$$\Delta Q = \rho_w \cdot V \cdot c_w \cdot \Delta \vartheta$$

$$\Delta Q = 1 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3} \cdot 250 \text{ dm}^3 \cdot 4,19 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot 35 \text{ K}$$

$$\Delta Q = 36662,5 \text{ kJ}$$

$$\Delta Q \approx 37 \text{ MJ}$$

$$P = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{36662,5 \text{ kWs}}{3600 \text{ s}} = \underline{\underline{10,2 \text{ kW}}}$$

Es wird eine Wärmemenge von 37 MJ pro Stunde an die Umgebung abgegeben. Das entspricht einer Leistung von 10,2 kW.

Lehrbeispiel 4

Bestimmen Sie die Menge Eis von –10 °C, die man durch eine Wärmeenergie von 400 kJ auf die Schmelztemperatur von 0 °C bringen kann!

Lösung

Geg.: $\vartheta_1 = -10 \text{ °C}$; $\vartheta_2 = 0 \text{ °C}$; $\Delta Q = 400 \text{ kJ}$; $c_E = 2,10 \text{ kJ/(kg} \cdot \text{K)}$

Ges.: m

$$\Delta Q = m \cdot c_E \cdot \Delta \vartheta$$

$$m = \frac{\Delta Q}{c_E \cdot \Delta \vartheta}$$

$$m = \frac{400 \text{ kJ}}{2,10 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot 10 \text{ K}}$$

$$m = \underline{\underline{19 \text{ kg}}}$$

Es können 19 kg Eis von –10 °C auf Eis von 0 °C gebracht werden.

Lehrbeispiel 5

Berechnen Sie die Wärmeenergien, die notwendig sind, um jeweils 15 kg Wasser und 15 kg Gestein von 10 °C auf 40 °C zu erwärmen!

Lösung

Geg.: $m_W = 15 \text{ kg}$; $m_G = 15 \text{ kg}$; $\vartheta_1 = 10 \text{ °C}$; $\vartheta_2 = 40 \text{ °C}$; $c_W = 4,19 \text{ kJ/kg} \cdot \text{K}$;
 $c_G = 0,85 \text{ kJ/kg} \cdot \text{K}$;

Ges.: ΔQ_W ; ΔQ_G

$$\Delta Q_W = c_W \cdot m_W \cdot \Delta \vartheta$$

$$\Delta Q_W = 4,19 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot 15 \text{ kg} \cdot 30 \text{ K}$$

$$\Delta Q_W = 1885,5 \text{ kJ}$$

$$\Delta Q_G = c_G \cdot m_G \cdot \Delta \vartheta$$

$$\Delta Q_G = 0,85 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot 15 \text{ kg} \cdot 30 \text{ K}$$

$$\Delta Q_G = 382,5 \text{ kJ}$$

Zur Erwärmung des Wassers werden 1.886 kJ, für die gleiche Masse Gestein nur 383 kJ benötigt.

Ein Vergleich der Tabellenwerte und Lehrbeispiel 5 zeigen, dass Wasser von allen festen und flüssigen Stoffen die größte spezifische Wärmekapazität hat.

Auf der Erde ist diese hohe spezifische Wärmekapazität des Wassers die Ursache für bestimmte Wettererscheinungen, die am Beispiel zweier Klimazonen erläutert werden.

Im Sommer erwärmt sich bei Sonneneinstrahlung das Wasser wesentlich langsamer als das Land. In Küstennähe und auf Inseln wirkt daher das Wasser kühlend. Im Winter dagegen wirkt das Wasser wie ein großer Wärmespeicher und erwärmt die nahen Luftbereiche. Dies führt zu geringen jahreszeitlichen Temperaturschwankungen in den genannten Bereichen, es herrscht „**Seeklima**“.

Im Innern großer Landmassen entstehen große jahreszeitliche Temperaturunterschiede, da die ausgleichende Wirkung des Wassers fehlt. Man spricht dann von „**Kontinentalklima**“.

Mischungsversuche

Eine Eigenschaft der Wärmeenergie ist es, von einem Körper mit hoher Temperatur auf einen Körper mit niedrigerer Temperatur überzugehen. Dieser Vorgang dauert solange an, bis beide Körper eine einheitliche Temperatur erreicht haben, beide Körper befinden sich dann im **thermischen Gleichgewicht**. Der Ausgleich erfolgt besonders schnell, wenn sich beide Körper gut mischen lassen, wie z.B. verschiedene Flüssigkeiten oder in Flüssigkeiten eingebrachte Metallspäne.

Betrachtet man die sich mischenden Körper als ein abgeschlossenes thermodynamisches System, so gilt im thermodynamischen Gleichgewicht bei der **Mischtemperatur** ϑ_M der Energieerhaltungssatz und es gilt:

Mischungsregel**abgegebene Wärmemenge = aufgenommene Wärmemenge**

Oder mathematisch:

$$\Delta Q_{ab} = \Delta Q_{auf}$$

(Formel 42)

Der warme Körper mit der Masse m_1 , der spezifischen Wärmekapazität c_1 und der Temperatur ϑ_1 gibt die Wärmemenge

$$\Delta Q_{ab} = c_1 \cdot m_1 \cdot (\vartheta_1 - \vartheta_M)$$

ab, der kältere Körper mit der Masse m_2 , der spezifischen Wärmekapazität c_2 und der Temperatur ϑ_2 nimmt die Wärmemenge

$$\Delta Q_{auf} = c_2 \cdot m_2 \cdot (\vartheta_M - \vartheta_2)$$

auf. Für die beiden Körper gilt demnach

$$c_1 \cdot m_1 \cdot (\vartheta_1 - \vartheta_M) = c_2 \cdot m_2 \cdot (\vartheta_M - \vartheta_2).$$

Mischt man zwei gleiche Stoffe gilt natürlich $c_1 = c_2$. Das nach **Richmann** benannte **Mischungsgesetz** gilt entsprechend auch für die Mischung von mehr als zwei Stoffen.

Lehrbeispiel 6

250 g Wasser mit der Temperatur von 20 °C werden mit 500 g Wasser der Temperatur 90 °C gemischt.

Bestimmen Sie die Mischungstemperatur!

Lösung

Geg.: $m_1 = 250 \text{ g}$; $\vartheta_1 = 20 \text{ °C}$; $m_2 = 500 \text{ g}$; $\vartheta_2 = 90 \text{ °C}$; $c_W = 4,19 \text{ kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K})$

Ges.: ϑ_M

Berechnung der vom heißen Wasser abgegebenen Wärmemenge:

$$\Delta Q_{ab} = c_W \cdot m_2 \cdot \Delta \vartheta_2$$

$$\Delta \vartheta_2 = \vartheta_2 - \vartheta_M$$

Berechnung der vom kalten Wasser aufgenommenen Wärmemenge:

$$\Delta Q_{auf} = c_W \cdot m_1 \cdot \Delta \vartheta_1$$

$$\Delta \vartheta_1 = \vartheta_M - \vartheta_1$$

Anwendung der Energieerhaltung:

$$\Delta Q_{ab} = \Delta Q_{auf}$$

$$c_W \cdot m_2 \cdot (\vartheta_2 - \vartheta_M) = c_W \cdot m_1 \cdot (\vartheta_M - \vartheta_1)$$

$$m_2 \cdot \vartheta_2 - m_2 \cdot \vartheta_M = m_1 \cdot \vartheta_M - m_1 \cdot \vartheta_1$$

$$m_2 \cdot \vartheta_2 + m_1 \cdot \vartheta_1 = m_1 \cdot \vartheta_M + m_2 \cdot \vartheta_M$$

$$m_2 \cdot \vartheta_2 + m_1 \cdot \vartheta_1 = (m_1 + m_2) \cdot \vartheta_M$$

$$\vartheta_M = \frac{m_2 \cdot \vartheta_2 + m_1 \cdot \vartheta_1}{m_1 + m_2}$$

$$\vartheta_M = \frac{0,250 \text{ kg} \cdot 20^\circ\text{C} + 0,500 \text{ kg} \cdot 90^\circ\text{C}}{0,250 \text{ kg} + 0,500 \text{ kg}}$$

$$\vartheta_M = 66,67^\circ\text{C}$$

$$\vartheta_M \approx 67^\circ\text{C}$$

Die Mischtemperatur beträgt 67°C .

Lehrbeispiel 7

Bestimmen Sie die Menge heißen Wassers der Temperatur 65°C und die Menge kalten Wassers von 14°C , die Sie für 200 l Badewasser der Temperatur 38°C benötigen!

Lösung

Geg.: $m = 200 \text{ kg}$; $\vartheta_1 = 14^\circ\text{C}$; $\vartheta_2 = 65^\circ\text{C}$; $\vartheta_M = 38^\circ\text{C}$; $c_W = 4,19 \text{ kJ}/(\text{kgK})$

Ges.: V_1 ; V_2

$$\Delta Q_{\text{ab}} = c_W \cdot m_2 \cdot (\vartheta_2 - \vartheta_M)$$

$$\Delta Q_{\text{auf}} = c_W \cdot m_1 \cdot (\vartheta_M - \vartheta_1)$$

$$m = m_1 + m_2$$

$$m_1 = m - m_2$$

$$\Delta Q_{\text{ab}} = \Delta Q_{\text{auf}}$$

$$c_W \cdot m_2 \cdot (\vartheta_2 - \vartheta_M) = c_W \cdot (m - m_2) \cdot (\vartheta_M - \vartheta_1)$$

$$m_2 \cdot (\vartheta_2 - \vartheta_M) = m \cdot (\vartheta_M - \vartheta_1) - m_2 \cdot (\vartheta_M - \vartheta_1)$$

$$m_2 \cdot (\vartheta_2 - \vartheta_M) + m_2 \cdot (\vartheta_M - \vartheta_1) = m \cdot (\vartheta_M - \vartheta_1)$$

$$m_2 \cdot [(\vartheta_2 - \vartheta_M) + (\vartheta_M - \vartheta_1)] = m \cdot (\vartheta_M - \vartheta_1)$$

$$m_2 \cdot (\vartheta_2 - \vartheta_1) = m \cdot (\vartheta_M - \vartheta_1)$$

$$m_2 = \frac{m \cdot (\vartheta_M - \vartheta_1)}{(\vartheta_2 - \vartheta_1)}$$

$$m_2 = \frac{200 \text{ kg} \cdot (38 - 14) \text{ K}}{(65 - 14) \text{ K}}$$

$$m_2 = 94,1 \text{ kg}$$

$$m_1 = (200 - 94,1) \text{ kg}$$

$$m_1 = 105,9 \text{ kg}$$

$$\underline{\underline{V_1 = 106}}$$

$$\underline{\underline{V_2 = 94 \text{ l}}}$$

Es werden 94 l heißes Wasser und 106 l kaltes Wasser benötigt.

Bei vielen Anwendungen ist es notwendig, die Wärmemenge ΔQ zu kennen, die man für eine bestimmte Temperaturerhöhung $\Delta \vartheta$ eines definierten Körpers braucht. Der Quotient aus beiden Größen wird als Wärmekapazität bezeichnet.

Wärmekapazität C

Die Wärmekapazität C gibt die Wärmemenge ΔQ an, die notwendig ist, die Temperatur eines bestimmten Körpers um 1 K zu erhöhen.

$$C = \frac{Q}{\Delta \vartheta} \quad (\text{Formel 43})$$

Für die Einheit gilt:

$$[C] = \frac{\text{kJ}}{\text{K}}$$

Ein Vergleich von Formel 39 und Formel 43 zeigt, dass $C = c \cdot m$ bzw. $c = C/m$ ist. Die Formel für die Wärmekapazität lässt sich für Körper, die aus n unterschiedlichen Materialien zusammengesetzt sind, verallgemeinern:

$$C = \sum_{i=1}^n m_i \cdot c_i$$

In der Praxis hat sich gezeigt, dass sich durch die Formel die Wärmekapazität eines Körpers nur ungenau berechnen lässt. Es ist günstiger, sie experimentell zu bestimmen.

Experimentelle Bestimmung der Wärmekapazität

Mischungsversuche zur Bestimmung von Wärmekapazitäten werden in Gefäßen durchgeführt, die eine Wärmeabgabe nach außen möglichst verhindern. Diese **Kalorimeter** bestehen aus isolierten Dewar-Gefäßen, in denen sich, je nach Aufgabenstellung eine Flüssigkeit direkt oder in einem Metallbecher befindet (Abbildung 43).

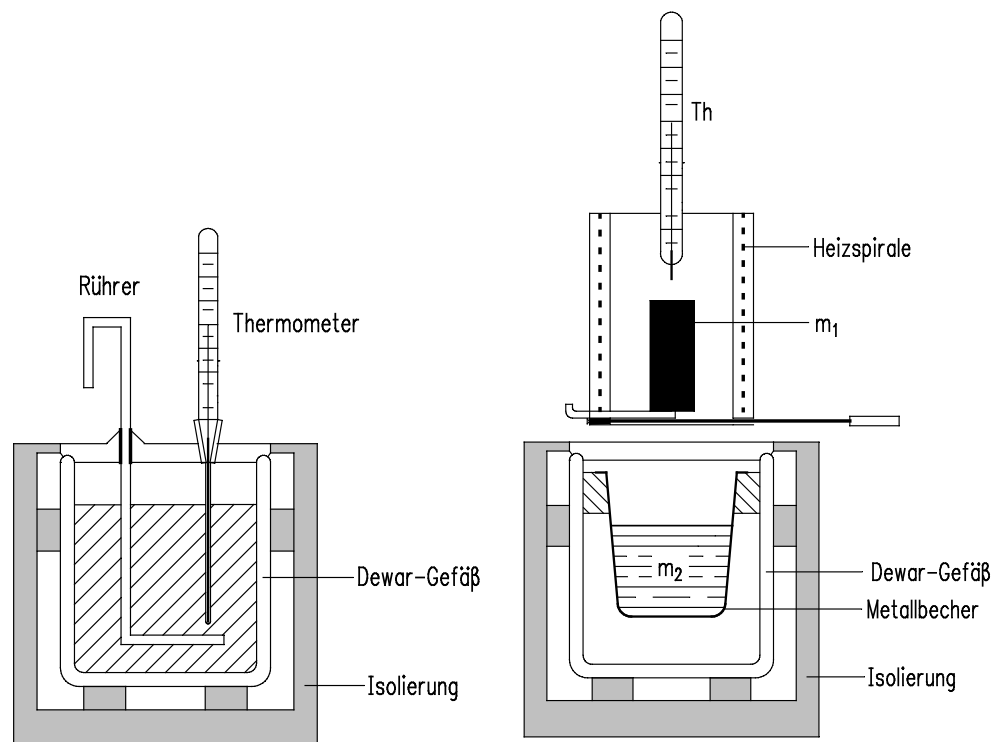


Abbildung 43 Kalorimeter zur Bestimmung der Wärmekapazität

Dennoch lässt sich nicht verhindern, dass beim Einbringen des zu prüfenden Körpers in das Kalorimeter, und ebenso eintauchende Teile wie Rührstab und Thermometer, mit erwärmt werden. Die **Wärmekapazität des Kalorimeters** $C_K = c_K \cdot m_K$ muss daher in einem Vorversuch ermittelt bzw. berechnet werden, und bei der Bestimmung der gesuchten Wärmekapazität berücksichtigt werden.

In den folgenden Lehrbeispielen werden einige typische Vorgehensweisen bei der Bestimmung von spezifischen Wärmekapazitäten sowie der Einfluss des Kalorimeters auf das Messergebnis dargestellt.

Lehrbeispiel 8

In einem Kalorimeter aus Messing mit der Masse von 400 g befinden sich 1,5 l Wasser von 18 °C. In das Wasser werden 1,5 kg Blei mit einer Temperatur von 100 °C eingebracht.

- 8.1 Berechnen Sie die Wärmekapazität des Kalorimeters!
- 8.2 Bestimmen Sie die Mischungstemperatur!
- 8.3 Wie viel Prozent der abgegebenen Wärmemenge wurde vom Kalorimeter aufgenommen?

Lösung

Geg.: $m_M = 0,400 \text{ kg}$; $c_M = 0,385 \text{ kJ/kgK}$; $m_W = 1,5 \text{ kg}$; $c_W = 4,19 \text{ kJ/kgK}$;
 $\vartheta_1 = 18 \text{ °C}$; $\vartheta_2 = 100 \text{ °C}$; $m_B = 1,5 \text{ kg}$; $c_B = 0,130 \text{ kJ/kgK}$

Lehrbeispiel 8.1Ges.: C_K

$$C_K = m_M \cdot c_M$$

$$C_K = 0,400 \text{ kg} \cdot 0,385 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$$

$$C_K = 0,15 \frac{\text{kJ}}{\text{K}}$$

Die Wärmekapazität des Kalorimeters beträgt 0,15 kJ/kg.

Lehrbeispiel 8.2Ges.: ϑ_M

Vom Blei abgegebene Wärmemenge:

$$\Delta Q_{ab} = c_B \cdot m_B \cdot (\vartheta_2 - \vartheta_M)$$

Vom Wasser und vom Kalorimeter aufgenommene Wärmeenergie:

$$\Delta Q_{auf} = c_W \cdot m_W \cdot (\vartheta_M - \vartheta_1) + C_K \cdot (\vartheta_M - \vartheta_1)$$

Energieerhaltung:

$$\Delta Q_{ab} = \Delta Q_{auf}$$

$$c_B \cdot m_B \cdot (\vartheta_2 - \vartheta_M) = c_W \cdot m_W \cdot (\vartheta_M - \vartheta_1) + C_K \cdot (\vartheta_M - \vartheta_1)$$

$$c_B \cdot m_B \cdot \vartheta_2 - c_B \cdot m_B \cdot \vartheta_M = c_W \cdot m_W \cdot \vartheta_M - c_W \cdot m_W \cdot \vartheta_1 + C_K \cdot \vartheta_M - C_K \cdot \vartheta_1$$

$$\vartheta_M \cdot (c_B \cdot m_B + c_W \cdot m_W + C_K) = c_B \cdot m_B \cdot \vartheta_2 + c_W \cdot m_W \cdot \vartheta_1 + C_K \cdot \vartheta_1$$

$$\vartheta_M = \frac{c_B \cdot m_B \cdot \vartheta_2 + c_W \cdot m_W \cdot \vartheta_1 + C_K \cdot \vartheta_1}{c_B \cdot m_B + c_W \cdot m_W + C_K}$$

$$\vartheta_M = \frac{0,130 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot 1,5 \text{ kg} \cdot 100^\circ\text{C} + 4,19 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot 1,5 \text{ kg} \cdot 18^\circ\text{C} + 0,15 \frac{\text{kJ}}{\text{K}} \cdot 18^\circ\text{C}}{0,13 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot 1,5 \text{ kg} + 4,19 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot 1,5 \text{ kg} + 0,15 \frac{\text{kJ}}{\text{K}}}$$

$$\vartheta_M = 20,4^\circ\text{C}$$

Die Mischungstemperatur beträgt 20,4 °C.

Lehrbeispiel 8.3

Ges.: $\Delta Q_{K\%}$ in %

Vom Blei abgegebene Wärmemenge:

$$\Delta Q_B = c_B \cdot m_B \cdot (\vartheta_2 - \vartheta_M)$$

$$\Delta Q_B = 0,130 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}} \cdot 1,5 \text{ kg} \cdot 79,6 \text{ K}$$

$$\Delta Q_B = 15,52 \text{ kJ}$$

Vom Kalorimeter aufgenommene Wärmemenge:

$$\Delta Q_K = 0,15 \frac{\text{kJ}}{\text{K}} \cdot 2,4 \text{ K} \quad (\text{von } 18^\circ\text{C auf } 20^\circ\text{C})$$

$$\Delta Q_K = 0,36 \text{ kJ}$$

$$\Delta Q_{K\%} = \frac{Q_K}{Q_B}$$

$$\Delta Q_{K\%} = \frac{0,36 \text{ kJ}}{15,52 \text{ kJ}} \cdot 100 \%$$

$$\Delta Q_{K\%} = 2,32 \%$$

Das Kalorimeter hat 2,32 % der vom Blei abgegebenen Wärmemenge aufgenommen.

Lehrbeispiel 9

Ein Kalorimeter Gefäß aus 152 g Kupfer enthält bei einer Temperatur von 18,5 °C 200 g Wasser. Für die Bestimmung der spezifischen Wärmekapazität von Kupfer werden 85,0 g Kupfer auf 98,4 °C erwärmt und in das Kalorimetergefäß gebracht. Im thermischen Gleichgewicht wird eine Temperatur von 21,34 °C gemessen.

Bestimmen Sie die spezifische Wärmekapazität des Kupfers!

Lösung

Geg.: $m_1 = 0,2 \text{ kg}$; $\vartheta_1 = 18,5^\circ\text{C}$; $c_W = 4,19 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$; $m_2 = 0,085 \text{ kg}$; $\vartheta_2 = 98,4^\circ\text{C}$
 $m_K = 0,152 \text{ kg}$; $\vartheta_M = 21,34^\circ\text{C}$

Ges.: c_2 spezifische Wärmekapazität des Kupfers

Vom Kupfer abgegebene Wärmemenge:

$$\Delta Q_{ab} = c_2 \cdot m_2 \cdot (\vartheta_2 - \vartheta_M)$$

Vom Wasser und vom Kalorimeter aufgenommene Wärmeenergie:

$$\Delta Q_{auf} = c_W \cdot m_1 \cdot (\vartheta_M - \vartheta_1) + c_2 \cdot m_K \cdot (\vartheta_M - \vartheta_1)$$

Energieerhaltung:

$$\Delta Q_{\text{ab}} = \Delta Q_{\text{auf}}$$

$$c_2 \cdot m_2 \cdot (\vartheta_2 - \vartheta_M) = c_W \cdot m_1 \cdot (\vartheta_M - \vartheta_1) + m_K \cdot c_2 \cdot (\vartheta_M - \vartheta_1)$$

$$c_2 \cdot [m_2 \cdot (\vartheta_2 - \vartheta_M) - m_K \cdot (\vartheta_M - \vartheta_1)] = c_W \cdot m_1 \cdot (\vartheta_M - \vartheta_1)$$

$$c_2 = \frac{c_W \cdot m_1 \cdot (\vartheta_M - \vartheta_1)}{m_2 \cdot (\vartheta_2 - \vartheta_M) - m_K \cdot (\vartheta_M - \vartheta_1)}$$

$$c_2 = \frac{4,19 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot 0,2 \text{ kg} \cdot (21,34 - 18,5) \text{ K}}{0,085 \text{ kg} \cdot (98,4 - 21,34) \text{ K} - 0,152 \text{ kg} \cdot (21,34 - 18,5) \text{ K}}$$

$$c_2 = 0,389 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$$

Die spezifische Wärmekapazität des Kupfers beträgt $0,389 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$.

Lehrbeispiel 10

Um die spezifische Wärmekapazität von Benzol zu bestimmen, werden 400 g Kupferspäne auf 100 °C erhitzt und in ein Kalorimetergefäß mit 400 g Benzol der Temperatur 25 °C geschüttet. Es stellt sich eine Mischungstemperatur von 38 °C ein.

10.1 Berechnen Sie die spezifische Wärmekapazität des Benzols unter Vernachlässigung der Wärmeaufnahme des Kalorimeters!

10.2 Erläutern Sie den Einfluss des Kalorimeters auf das Messergebnis!

Lösung

Geg.: $m_{\text{Cu}} = 400 \text{ g}$; $c_{\text{Cu}} = 0,389 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$; $\vartheta_1 = 100 \text{ °C}$; $m_{\text{B}} = 400 \text{ g}$; $\vartheta_2 = 25 \text{ °C}$; $\vartheta_M = 38 \text{ °C}$

Lehrbeispiel 10.1

Ges.: c_{B} spezifische Wärmekapazität des Benzols

$$\Delta Q_{\text{auf}} = c_{\text{B}} \cdot m_{\text{B}} \cdot (\vartheta_M - \vartheta_2)$$

$$\Delta Q_{\text{ab}} = c_{\text{Cu}} \cdot m_{\text{Cu}} \cdot (\vartheta_1 - \vartheta_M)$$

$$\Delta Q_{\text{ab}} = \Delta Q_{\text{auf}}$$

$$c_{\text{Cu}} \cdot m_{\text{Cu}} \cdot (\vartheta_1 - \vartheta_M) = c_{\text{B}} \cdot m_{\text{B}} \cdot (\vartheta_M - \vartheta_2)$$

$$c_{\text{B}} = \frac{c_{\text{Cu}} \cdot m_{\text{Cu}} \cdot (\vartheta_1 - \vartheta_M)}{m_{\text{B}} \cdot (\vartheta_M - \vartheta_2)}$$

$$c_{\text{B}} = \frac{0,389 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}} \cdot 0,4 \text{ kg} \cdot (100 - 38) \text{ K}}{0,4 \text{ kg} \cdot (38 - 25) \text{ K}}$$

$$c_{\text{B}} = 1,86 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}}$$

Die gemessene spezifische Wärmekapazität des Benzols beträgt $1,86 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$.

Lehrbeispiel 10.2

Die in dem Versuch bestimmte Wärmekapazität ist gegenüber dem Tabellenwert von $c_B = 1,73 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$ deutlich zu groß. Berücksichtigt man die Wärmeaufnahme des Kalorimeters ΔQ_K , so gilt für die aufgenommene Wärmeenergie

$$\Delta Q_{\text{auf}} = c_B \cdot m_B \cdot (\vartheta_M - \vartheta_2) + \Delta Q_K.$$

Die Endgleichung hat dann folgende Form:

$$c_B = \frac{m_{\text{Cu}} \cdot c_{\text{Cu}} (\vartheta_1 - \vartheta_M) - \Delta Q_K}{m_B \cdot (\vartheta_M - \vartheta_2)}$$

Da ΔQ_K im Zähler subtrahiert wird, ist der Wert von c_B bei Berücksichtigung der Wärmeaufnahme des Kalorimeters geringer.

In der Regel kann gesagt werden, dass eine Vernachlässigung der Wärmekapazität des Kalorimeters zu erhöhten spezifischen Wärmekapazitäten führt.

Spezifische Wärmekapazität der Gase

Im Gegensatz zu den Flüssigkeiten und Festkörpern gibt es bei den Gasen zwei (theoretische) Möglichkeiten für die experimentelle Bestimmung der Temperaturerhöhung durch Wärmezufuhr (Abbildung 44). Daher werden bei den gasförmigen Stoffen zwei spezifische Wärmekapazitäten unterschieden.

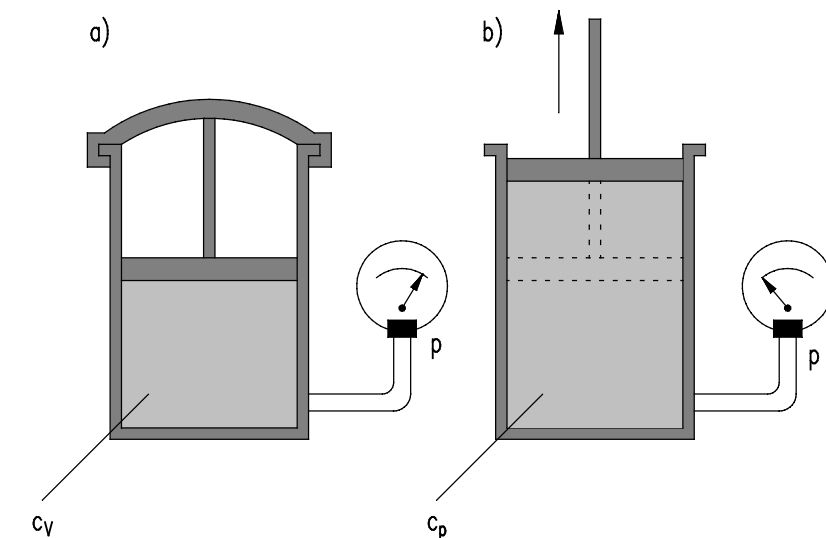


Abbildung 44 Bestimmung der spezifischen Wärmekapazität eines Gases
a) bei konstantem Volumen b) bei konstantem Druck

Spezifische Wärmekapazität c_v bei konstantem Volumen

Dem in einem festen Volumen V eingeschlossenen Gas wird die Wärmemenge ΔQ zugeführt (Abbildung 44a). Die Temperatur des Gases erhöht sich um $\Delta \vartheta$. Das Volumen bleibt konstant und der Druck des Gases erhöht sich entsprechend der allgemeinen Gasgleichung, es gilt:

Die spezifische Wärmekapazität c_v ist die Wärmemenge ΔQ , die notwendig ist, die Temperatur von 1 kg eines bestimmten Gases bei konstantem Volumen um 1 K zu erhöhen.

Einige spezifische Wärmekapazitäten c_v sind in Tabelle 9 aufgeführt.

Gas	c_p in $\frac{\text{kJ}}{\text{kgK}}$	c_v in $\frac{\text{kJ}}{\text{kgK}}$
Wasserstoff	14,3	10,1
Sauerstoff	0,92	0,67
Stickstoff	1,05	0,75
Luft	1,01	0,71

Tabelle 9 Spezifische Wärmekapazitäten einiger Gase unter Normalbedingungen

Spezifische Wärmekapazität c_p bei konstantem Druck

Abbildung 44b zeigt einen theoretischen Versuchsaufbau zur Bestimmung der spezifischen Wärmekapazität eines Gases bei konstantem Druck. Das Gas wird dafür in einem Zylinder eingeschlossen, dessen Kolben sich reibungsfrei bewegen lässt. Mit der Annahme, der Kolben besäße keine träge Masse, wird dieser der geringsten Druckänderung folgen. Dadurch ist der Druck im Innern des Zylinders immer gleich dem Umgebungsdruck, und bleibt somit konstant.

Die praktische Durchführung der Bestimmung der spezifischen Wärmekapazität gestaltet sich schwieriger, auf eine Darstellung wird daher verzichtet, dennoch gilt:

Die spezifische Wärmekapazität c_p ist die Wärmemenge ΔQ , die notwendig ist, die Temperatur von 1 kg eines bestimmten Gases bei konstantem Druck um 1 K zu erhöhen.

In Tabelle 9 sind einige spezifische Wärmekapazitäten c_p bei konstantem Druck für Gase aufgeführt.

Sehr häufig wird auch mit den molaren Wärmekapazitäten der Gase gerechnet. Die molaren Wärmekapazitäten C_{mV} bei konstantem Volumen und C_{mp} bei konstantem Druck berechnen sich aus den spezifischen Wärmekapazitäten und der relativen Molmasse M_r nach den folgenden Gleichungen:

$$C_{mV} = M_r \cdot c_v \quad \text{bzw.} \quad C_{mp} = M_r \cdot c_p \quad (\text{Formel 44})$$

Ein Vergleich der Tabellenwerte zeigt, dass die spezifische Wärmekapazität bei konstantem Druck bei allen Gasen größer ist, als die für konstantes Volumen. Dies ist einsichtig, da bei der Erwärmung unter konstantem Druck eine Volumenänderung stattfindet. Die für die Volumenänderung benötigte Arbeit muss zusätzlich als Wärmeenergie von außen zugeführt werden. Dies führt zu einer größeren Wärmemenge für eine gleiche Temperaturerhöhung.

Volumenarbeit

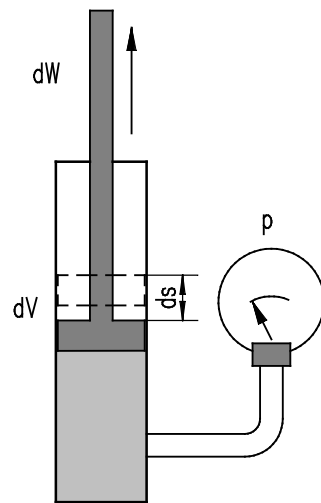


Abbildung 45 Zur Herleitung der Volumenarbeit

Die von einem Gas in einem Zylinder bei konstantem Druck p durch Ausdehnung um das Volumen ΔV verrichtete Arbeit berechnet sich wie folgt (Abbildung 45):

Das Gas übt auf den Kolben des Zylinders mit der Fläche A eine Kraft der Größe $F = p \cdot A$ aus. Dadurch bewegt sich der Kolben um die Strecke Δs und es wird die Arbeit

$$\Delta W = F \cdot \Delta s = p \cdot A \cdot \Delta s$$

vom Gas an die Umgebung abgegeben. Das Produkt $A \cdot \Delta s$ ist das vom Kolben während seiner Bewegung verdrängte Volumen ΔV , sodass gilt

$$\Delta W = p \cdot \Delta V.$$

Es wird von dem Gas also Arbeit zur Änderung des Volumens, die **Volumenarbeit**, verrichtet.

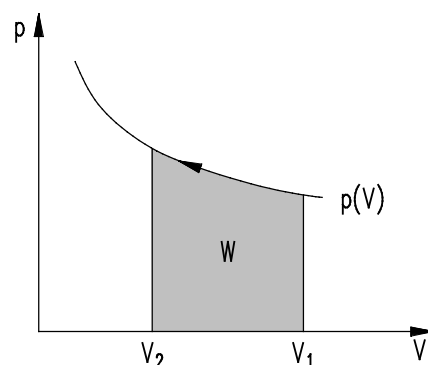


Abbildung 46 Fläche der Volumenarbeit W in einem p - V -Diagramm

Von den Gasgesetzen her ist bekannt, dass der Druck in dem Zylinder bei der Bewegung des Kolbens nicht konstant bleibt. Das in Abbildung 46 dargestellte p - V -Diagramm zeigt die realen Verhältnisse bei einer Kompression eines idealen Gases vom Volumen V_1 zum Volumen V_2 .

Für eine sehr kleine Volumenänderung dV gilt für die nach außen abgegebene Volumen- oder Ausdehnungsarbeit:

$$dW = -p \cdot dV$$

(Formel 45)

Die Fläche unter der Kurve entspricht dem Betrag der gesamten verrichteten Arbeit und es gilt:

$$W = - \int_{V_1}^{V_2} p \cdot dV$$

In dem gezeigten Diagramm ist die Volumenänderung dV negativ, sodass dW positiv wird, d.h. dem System wird Arbeit zugeführt.

Mit den obigen Ausführungen für die Volumen- oder Ausdehnungsarbeit ergibt sich für den **1. Hauptsatz der Thermodynamik**:

$$dU = dQ - pdV$$

(Formel 46)

Die Änderung der inneren Energie eines Gases ergibt sich somit aus der ab- bzw. zugeführten Wärmemenge und der vom oder am Gas verrichteten Volumenarbeit.

Isochore Zustandsänderung

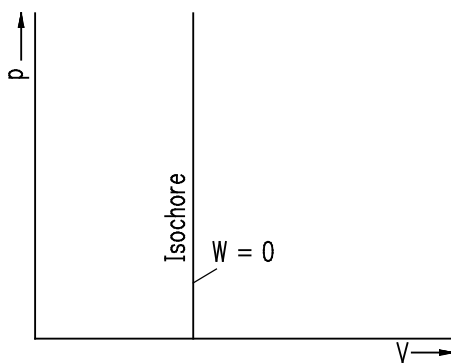


Abbildung 47 Isochore Zustandsänderung

Bei der isochoren Zustandsänderung wird dem Gas eine Wärmemenge dQ zugeführt, während das Volumen konstant bleibt. Damit ist die Volumenänderung $dV = 0$ und der 1. Hauptsatz vereinfacht sich zu der Gleichung

$$dU = dQ$$

Die zugeführte Wärme dQ führt hier ausschließlich zu einer Temperaturerhöhung des Gases.

Änderung der inneren Energie

$$dU = m \cdot c_v dT$$

(Formel 47)

bzw. bei der Rechnung mit Stoffmengen n

$$dU = n \cdot C_{mv} \cdot dT$$

(Formel 48)

Da bei einem abgeschlossenen System m , n , c_V und C_{mV} Konstanten sind, wird deutlich, dass die innere Energie nur von der Temperatur des Gases abhängt.

Dies kann mit einem Experiment, dass erstmals von Gay-Lussac durchgeführt wurde, anschaulich nachwiesen werden (Abbildung 48).

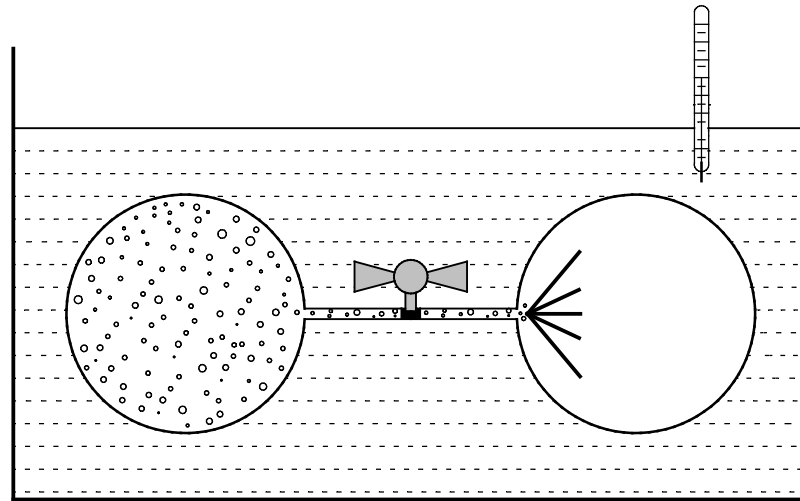


Abbildung 48 Versuch von Gay-Lussac zur inneren Energie

Ein luftgefülltes und ein luftleeres Gefäß befinden sich in einem Kalorimeter. Öffnet man den beide Gefäße verbindenden Hahn, strömt die Luft in das leere Gefäß. Da es sich um starre Gefäße handelt, kann keine Arbeit nach außen abgegeben werden, d.h. $dW = 0$. Da vom Kalorimeter keine Temperaturänderung angezeigt wird, ist auch die Änderung der Wärmeenergie $dQ = 0$.

Für die Änderung der inneren Energie folgt damit aus dem 1. Hauptsatz $dU = 0$. Dies bedeutet, dass die innere Energie konstant geblieben ist, es gilt:

Die innere Energie eines idealen Gases ist vom Volumen unabhängig und wird allein von der Temperatur bestimmt.

Es sei daran erinnert, dass eine Wärmezufuhr bei einer isochoren Zustandsänderung mit einer Druckerhöhung nach den Gasgesetzen verbunden ist.

Isobare Zustandsänderung

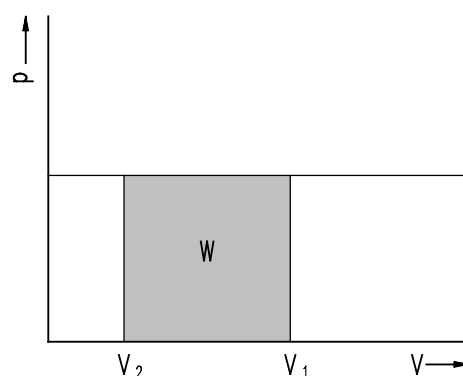


Abbildung 49 Isobare Zustandsänderung

Bei der isobaren Zustandsänderung bleibt der Druck des Gases konstant. Die für eine Temperaturerhöhung dT benötigte Wärmemenge dQ berechnet sich mit der spezifischen Wärmekapazität bei konstanten Druck c_p zu $dQ = m \cdot c_p \cdot dT$. Somit lautet der 1. Hauptsatz:

$$dU = m \cdot c_p \cdot dT - p \cdot dV$$

Setzt man nach Formel 47 $dU = m \cdot c_v dT$ ein, erhält man für die

Isobare Zustandsänderung:

$$m \cdot c_v dT = m \cdot c_p \cdot dT - p \cdot dV \quad (\text{Formel 49})$$

oder

$$m \cdot (c_p - c_v) \cdot dT = p \cdot dV \quad (\text{Formel 50})$$

Die Rechnungen mit Stoffmengen n ergeben die gleichen Verhältnisse, es gilt:

$$n \cdot (C_{mp} - C_{mv}) \cdot dT = p \cdot dV$$

Neben den Differenzialen dT und dV stehen nur konstante Größen und die Integration beider Seiten ergibt:

$$n \cdot (C_{mp} - C_{mv}) \cdot T = p \cdot V$$

Ein Vergleich der Gleichung mit der universellen Gasgleichung $p \cdot V = n \cdot R \cdot T$ führt zu folgender Beziehung

$$C_{mp} - C_{mv} = R \quad (\text{Formel 51})$$

oder in Worten:

Die Differenz der molaren Wärmekapazitäten idealer Gase ist gleich der universellen Gaskonstanten R .

Dies bestätigt die Erkenntnis, die spezifische Wärmekapazität der Gase für die isobare Zustandsänderung ist größer als die für die isochore Zustandsänderung, die beim Vergleich der Tabellenwerte für die beiden spezifischen Wärmekapazitäten gefunden wurde.

Zudem ergibt sich, dass unabhängig von der Art des Gases, immer die gleiche Wärmemenge für die Volumenarbeit benötigt wird, und zwar der Betrag der universellen Gaskonstanten $R = 8,3145 \text{ J/(kgK)}$. Dies ist einsichtig, da alle idealen Gase - die realen Gase in guter Näherung - bei gleicher Stoffmenge das gleiche Volumen einnehmen. Daher ist bei einer Volumenvergrößerung auch immer die gleiche Volumenarbeit zu leisten.

Die vom Gas oder am Gas verrichtete Arbeit W bei einer isobaren Volumenänderung von V_1 nach V_2 berechnet sich zu:

$$W = - \int_{V_1}^{V_2} p \cdot dV = -p \int_{V_1}^{V_2} dV = -p(V_2 - V_1) = p(V_1 - V_2) = n \cdot R \cdot (T_1 - T_2) \quad (\text{Formel 52})$$

Je nach Größe von Ausgangs- und Endvolumen des Gases wird die Arbeit positiv oder negativ, und erfüllt somit die vereinbarten Energierichtungen der Energiebilanz.

Isotherme Zustandsänderung

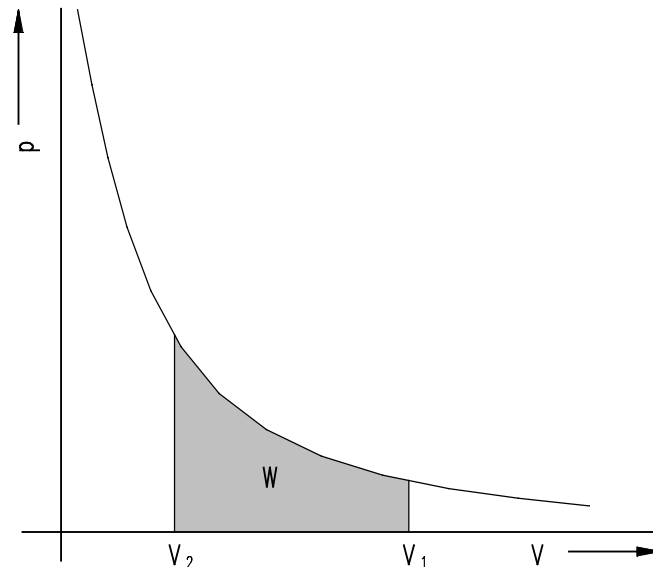


Abbildung 50 Isotherme Zustandsänderung

Bei der isothermen Zustandsänderung eines idealen Gases verändern sich Druck und Volumen gegenläufig (Abbildung 50). Da der Vorgang isotherm verläuft, erwärmt sich das Gas bei der Kompression nicht, noch kühlt es sich bei Ausdehnung ab. Die Gefäßwände müssen daher ideale Wärmeleiter sein, damit die benötigten Wärmemengen sofort ab- bzw. zufließen können. Auch muss das umgebende Wärmereservoir unendlich groß sein, damit es seine Temperatur nicht ändert.

Zudem muss für einen streng isothermen Prozess die Zustandsänderung so langsam ablaufen, dass sich das Gas mit seiner Umgebung in jedem Augenblick in thermischen Gleichgewicht befindet. Es muss also eine **quasistatische Zustandsänderung** vorliegen.

Diese Bedingungen sind in der Praxis nie zu erreichen, können jedoch zur Berechnung als gegeben angenommen werden.

Da die Temperaturänderung $\Delta\vartheta$ gleich Null ist, ändert sich die innere Energie des Systems nicht. Für die linke Seite des 1. Hauptsatzes gilt $dU = 0$, und es verbleibt für die isotherme Zustandsänderung die Gleichung:

Isotherme Zustandsänderung

$$dQ = p \cdot dV$$

(Formel 53)

Die physikalische Aussage dieser Gleichung ist:

Die bei der Kompression eines Gases aufgewandte Arbeit muss in Form von Wärme an die Umgebung abgegeben werden.

Die für die Ausdehnung eines Gases erforderliche Arbeit muss von außen als Wärme zugeführt werden.

Für die Berechnung der Volumenarbeit W muss die Abhängigkeit des Druckes vom Volumen durch die universelle Gasgleichung ausgedrückt werden. Für den Druck gilt:

$$p = \frac{n \cdot R \cdot T}{V}$$

Die gesamte aufzuwendende Arbeit ist mit V_1 als Anfangs- und V_2 als Endvolumen gleich:

Isotherme Volumenarbeit

$$W = - \int_{V_1}^{V_2} \frac{n \cdot R \cdot T}{V} dV = n \cdot R \cdot T \cdot \ln \frac{V_1}{V_2} \quad (\text{Formel 54})$$

Ist das Anfangsvolumen V_1 größer als das Endvolumen V_2 , so wird **W positiv** und stellt die zur **Kompression aufzuwendende Arbeit** dar.

Ist $V_2 > V_1$ findet eine Entspannung des Gases statt, **W wird negativ** und gibt die von dem Gas **an die Umgebung abgegebene Arbeit** an.

Sind bei der isothermen Volumenänderung Anfangsdruck p_1 und Enddruck p_2 bekannt, so gilt unter Berücksichtigung des Gesetzes von Boyle und Mariotte:

$$W = n \cdot R \cdot T \cdot \ln \frac{p_2}{p_1} \quad (\text{Formel 55})$$

In der Technik finden in allen Kompressoren und Gasverdichtern näherungsweise isotherme Zustandsänderungen statt. Die bei der Verdichtung entstehende Wärme wird in den Geräten durch eine intensive Luft- oder Wasserkühlung an die Umgebung abgeführt. Die Temperatur der Maschine bleibt im zeitlichen Mittel konstant. Das komprimierte Gas ist somit kein Energiespeicher, da die Energie durch die zugeführte Arbeit in Form von Wärme an die Umgebung abgegeben wurde. Die bei der Dekompression geleistete Arbeit (z.B. bei Druckluftwerkzeugen) stammt nur insofern aus dem Gas, als es sich selbst und seine Umgebung abkühlt.

Lehrbeispiel 11

Ein Vorratsbehälter eines Kompressors hat ein Fassungsvermögen bei Normalbedingungen von 45 l. Er wird isotherm mit Luft bis zu einem Überdruck von 0,3 MPa gefüllt.

11.1 Berechnen Sie die aufzuwendende Arbeit!

11.2 Welche Wärmemenge wird nach außen abgegeben?

Lösung

Geg.: $p_1 = 101,3 \text{ kPa}$; $p_2 = 401,3 \text{ kPa}$; $V_2 = 45 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$

Lehrbeispiel 11.1

Ges.: W

Nach der universellen Zustandsgleichung für Gase gilt:

$$n \cdot R \cdot T = p_2 \cdot V_2 \quad \left(\frac{p \cdot V}{T} = n \cdot R \right)$$

Damit ergibt sich für die Volumenarbeit:

$$W = p_2 \cdot V_2 \cdot \ln \frac{p_2}{p_1} \quad (W = n \cdot R \cdot T \cdot \ln \frac{p_2}{p_1})$$

$$W = \frac{4,013 \cdot 10^5 \text{ N} \cdot 45 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3}{\text{m}^2} \cdot \ln \frac{401,3}{101,3}$$

$$W = 24,9 \text{ kJ}$$

Es ist eine Arbeit von 24,9 kJ aufzubringen.

Lehrbeispiel 11.2

Die aufgewandte Arbeit wird als Wärme an die Umgebung abgegeben, $\Delta Q = 24,9 \text{ kJ}$!

Adiabatische Zustandsänderung

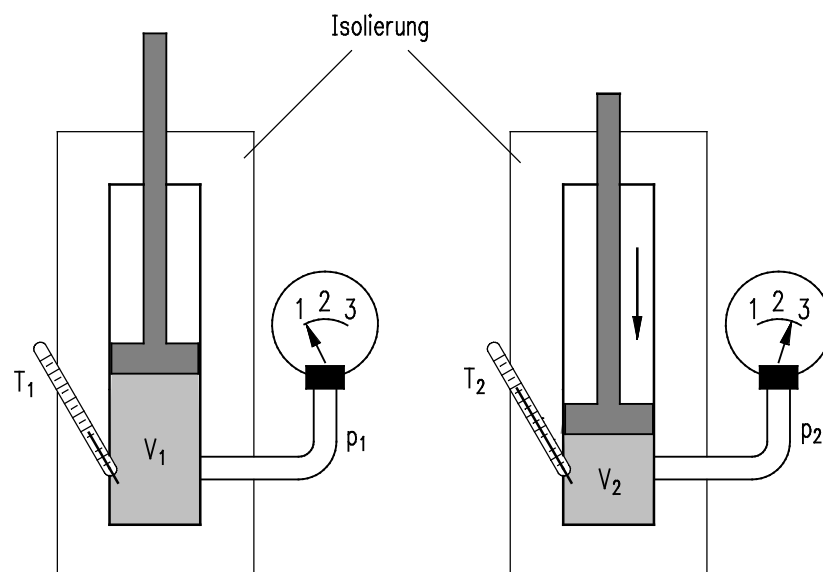


Abbildung 51 Adiabatische Zustandsänderung

Wird bei einer Volumenänderung eines Gases dafür gesorgt, dass kein Wärmeaustausch mit der Umgebung stattfindet, handelt es sich um einen adiabatischen Vorgang. Dies kann durch eine vollkommen wärmedichte Isolierung des Behälters ge-

schehen (Abbildung 51), oder durch eine so rasche Verdichtung, dass keine Zeit für einen Wärmeaustausch vorhanden ist.

Um die Gesetzmäßigkeiten bei diesem Vorgang zu untersuchen, wird wieder vom 1. Hauptsatz der Thermodynamik $dQ = n \cdot C_{mV} \cdot dT + p dV$ ausgegangen. Da bei einem adiabatischen Vorgang weder Wärme abgeführt noch zugeführt wird, gilt $dQ = 0$ und man erhält die Gleichung:

$$dU = n \cdot C_{mV} \cdot dT = -p \cdot dV = dW \quad (\text{Formel 56})$$

Dies bedeutet:

Bei der adiabatischen Zustandsänderung eines idealen Gases wird die Volumenarbeit auf Kosten der inneren Energie verrichtet.

Führt man für den Druck $p = n \cdot R \cdot T / V$ ein, ergibt sich:

$$-n \cdot C_{mV} \cdot dT = n \cdot R \cdot T \cdot \frac{dV}{V}$$

Mit $R = (C_{mp} - C_{mV})$ ergeben sich folgende Integrale:

$$-C_{mV} \int_{T_1}^{T_2} \frac{dT}{T} = (C_{mp} - C_{mV}) \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V}$$

Die Durchführung der Integration ergibt:

$$C_{mV} \cdot \ln \frac{T_1}{T_2} = (C_{mp} - C_{mV}) \ln \frac{V_2}{V_1}$$

oder

$$\left(\frac{T_1}{T_2} \right)^{C_{mV}} = \left(\frac{V_2}{V_1} \right)^{C_{mp} - C_{mV}}$$

Führt man den **Adiabatexponenten** κ mit

$$\kappa = \frac{C_{mp}}{C_{mV}} = \frac{c_p}{c_v} \quad (\text{Formel 57})$$

ein, erhält man folgende Gleichung:

Temperatur-Volumen-Beziehung bei der adiabatischen Zustandsänderung

$$\frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{V_2}{V_1} \right)^{\kappa-1} \quad (\text{Formel 58})$$

Nach der allgemeinen Zustandsgleichung für Gase gilt:

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{p_1}{p_2} \cdot \frac{T_2}{T_1}$$

Dies führt zu der Gleichung

$$\frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{p_1}{p_2} \right)^{\kappa-1} \cdot \left(\frac{T_2}{T_1} \right)^{\kappa-1}$$

und zur

Temperatur Druck-Beziehung der adiabatischen Zustandsänderung.

$$\frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{p_1}{p_2} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}$$

(Formel 59)

Gleichsetzen der rechten Seiten von Formel 58 und Formel 59 ergibt die

Druck-Volumen-Beziehung bei der adiabatischen Zustandsänderung

$$\frac{p_1}{p_2} = \left(\frac{V_2}{V_1} \right)^{\kappa}$$

(Formel 60)

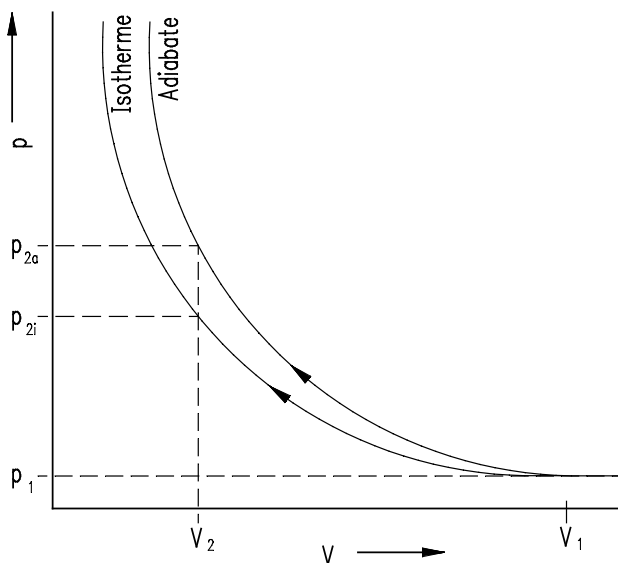
und die

Adiabatengleichung eines idealen Gases (Poissonsche Gesetz).

$$pV^{\kappa} = \text{const}$$

(Formel 61)

Wird die Adiabate in ein p-V-Diagramm eingesetzt (Abbildung 52), so ist zu erkennen, dass sie steiler verläuft als eine Isotherme.

Abbildung 52 p-V-Diagramm für adiabatische und isotherme Kompression: $p_{2i} < p_{2a}$

Dies ist verständlich, da z.B. bei einer Kompression die Kompressionswärme im Gas erhalten bleibt und damit der Druck schneller ansteigen muss, als bei isothermer Verdichtung.

Lehrbeispiel 12

In einem Dieselmotor wird bei einem Anfangsdruck von 10^5 Pa (1 bar) die angesaugte Luft durch eine adiabatische Kompression auf einen Druck von $39 \cdot 10^5$ Pa (39 bar) gebracht.

Berechnen Sie die entstehende Endtemperatur bei einer Ansaugtemperatur von 25 °C!

Lösung

Geg.: $T_1 = 298,15$ K; $p_1 = 1 \cdot 10^5$ Pa; $p_2 = 39 \cdot 10^5$ Pa; $c_v = 0,71$ kJ / (kg · K);
 $c_p = 1,01$ kJ / (kg · K)

Ges.: ϑ_2

Nach Formel 57 gilt für κ :

$$\kappa = \frac{1,01}{0,71} = 1,423$$

Formel 59 wird nach T_2 umgestellt und man erhält:

$$T_2 = T_1 \cdot \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}$$

$$T_2 = 298,15 \text{ K} \cdot \left(\frac{39}{1} \right)^{0,297}$$

$$T_2 = 885,92 \text{ K}$$

$$\underline{\underline{\vartheta_2 = 613^\circ\text{C}}}$$

Die Endtemperatur beträgt 613 °C.

Die Volumenarbeit W bei der adiabatischen Zustandsänderung ist, bei Kenntnis der Anfangs- und Endtemperaturen T_1 und T_2 , aus dem 1. Hauptsatz mit $dW = n \cdot C_{mV} \cdot dT$ leicht zu berechnen, es gilt für die

Volumenarbeit bei der adiabatischen Zustandsänderung:

$$W = n \cdot C_{mV} \cdot (T_2 - T_1) \quad (\text{Formel 62})$$

Unter Verwendung der Beziehung $dW = -p \cdot dV$ und der Formel 60 erhält man folgende Gleichung für die Volumenarbeit bei der adiabatischen Zustandsänderung:

$$W = \frac{p_1 \cdot V_1}{\kappa - 1} \left[\left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\kappa-1} - 1 \right] \quad (\text{Formel 63})$$

Die Kenntnis von Ausgangsdruck, Ausgangsvolumen und Endvolumen ermöglicht hier die Berechnung der Volumenarbeit.

Es ist noch anzumerken, dass in der Praxis weder eine adiabatische noch eine isotherme Zustandsänderung möglich ist. Der Realfall liegt zwischen diesen beiden Idealfällen und wird als **polytrope Zustandsänderung** bezeichnet.

Für die Berechnung der Größen bei der polytropen Zustandsänderung wird im Allgemeinen bei den adiabatischen Gleichungen der Adiabatenexponent κ durch den Polytropenexponent n ersetzt. Die Gleichung für eine Polytrope lautet somit:

Polytropengleichung

$$p \cdot V^n = \text{const.} \quad (\text{Formel 64})$$

$$(1 < n < \kappa)$$

Für Luft liegt der Polytropenexponent zwischen 1,2 und 1,3.

Lehrbeispiel 13

1 kg Luft von $10 \cdot 10^5$ Pa und 20°C entspannt sich auf $1 \cdot 10^5$ Pa.

Berechnen Sie die Endtemperatur des Gases und die vom Gas abgegebene Arbeit bei adiabatischer und polytroper Ausdehnung ($n = 1,2$)!

Lösung

Geg.: $m = 1$ kg; $T_1 = 293$ K; $\kappa = 1,423$; $n = 1,2$; $p_1 = 10 \cdot 10^5$ Pa; $p_2 = 1 \cdot 10^5$ Pa

Ges.: ϑ_{2a} ; ϑ_{2i} ; W_a ; W_i

Adiabatische Ausdehnung:

$$T_{2a} = T_1 \cdot \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}$$

$$T_{2a} = 293\text{K} \cdot \left(\frac{1}{10} \right)^{0,297}$$

$$T_{2a} = 148\text{K}$$

$$\vartheta_{2a} = -125^\circ\text{C}$$

$$W_a = m \cdot c_V \cdot (T_1 - T_2)$$

$$W_a = 710 \frac{\text{J}}{\text{K}} \cdot (293 - 148)\text{K}$$

$$W_a = 103\text{kJ}$$

Bei der adiabatischen Entspannung beträgt die Endtemperatur -125°C , und es wird eine Arbeit von 103 kJ abgegeben.

Polytrope Ausdehnung:

$$\frac{n-1}{n} = \frac{1,2-1}{1,2} = 0,167$$

$$T_{2i} = 293\text{K} \cdot \left(\frac{1}{10} \right)^{0,167}$$

$$T_{2i} = 200\text{K}$$

$$\vartheta_{2i} = -73^\circ\text{C}$$

$$W_i = 710 \frac{\text{J}}{\text{K}} (293 - 200)\text{K}$$

$$W_i = 66,0\text{kJ}$$

Bei der polytropen Entspannung beträgt die Endtemperatur -73°C , und es wird eine Arbeit von 66 kJ abgegeben.

2.2 Änderung des Aggregatzustandes

Bei den bisherigen Betrachtungen wurde davon ausgegangen, dass eine Zufuhr von Wärmeenergie zu einer Temperaturerhöhung führt. Dies ist jedoch nicht immer der Fall. Zugeführte Wärme kann in vielen Fällen auch andere Wirkungen hervorrufen, von denen eine der häufigsten die Änderung des Aggregatzustandes eines Körpers ist.

Man unterscheidet drei Aggregatzustände:

- **Feste Körper**

Die Moleküle oder Atome der festen Körper sind auf festen Gitterplätzen angeordnet. Zwischen den Teilchen herrschen starke Bindungskräfte, die nur Schwingungen um die Ruhelage zulassen. Daher haben feste Körper eine feste Form und ein definiertes Volumen. Es herrscht eine Nah- und Fernordnung im Gitter.

- **Flüssige Körper**

Flüssige Körper haben ein bestimmtes Volumen, jedoch keine bestimmte Form. Sie passen sich den Gefäßen an, in denen sie sich befinden. Im Nahbereich, einige Atomdurchmesser, liegen geordnete Strukturen vor, es gibt jedoch keine Fernordnung. Die Bewegungsenergie der Teilchen ist so groß, dass sie keine feste Lage im Körper einnehmen, sie bleiben jedoch durch Molekularkräfte miteinander in Kontakt.

- **Gasförmige Körper**

Die kinetische Energie der Teilchen in einem gasförmigen Körper ist so groß, dass sie sich frei im Raum bewegen. Die Abstände zwischen den Gasteilchen sind so groß, dass keine Molekularkräfte mehr für einen Zusammenhalt wirken können. Gasförmige Körper haben daher kein bestimmtes Volumen oder eine bestimmte Form. Geordnete Strukturen treten weder im Nah- noch im Fernbereich auf.

Alle chemischen Elemente und viele einfache chemische Verbindungen können in allen drei Zuständen existieren. Kompliziertere Verbindungen, insbesondere organische Verbindungen wie z.B. Holz, zersetzen sich schon bei Temperaturen unterhalb des Schmelzpunktes chemisch.

Die folgenden Betrachtungen befassen sich daher nur mit den Stoffen, die in allen drei Aggregatzuständen vorliegen können.

Schmelzen und Erstarren

Wird ein Festkörper durch konstante Energiezufuhr erwärmt, steigt seine Temperatur kontinuierlich an. Bei Erreichen einer definierten Temperatur, der Schmelztemperatur ϑ_m , kommt es trotz weiterer Energiezufuhr zu keiner weiteren Temperaturerhöhung, sondern es findet ein Phasenübergang von der festen zur flüssigen Zustandsform statt. Erst wenn der Festkörper komplett in den flüssigen Zustand übergegangen ist, kommt es zu einem weiteren Temperaturanstieg (Abbildung 53).

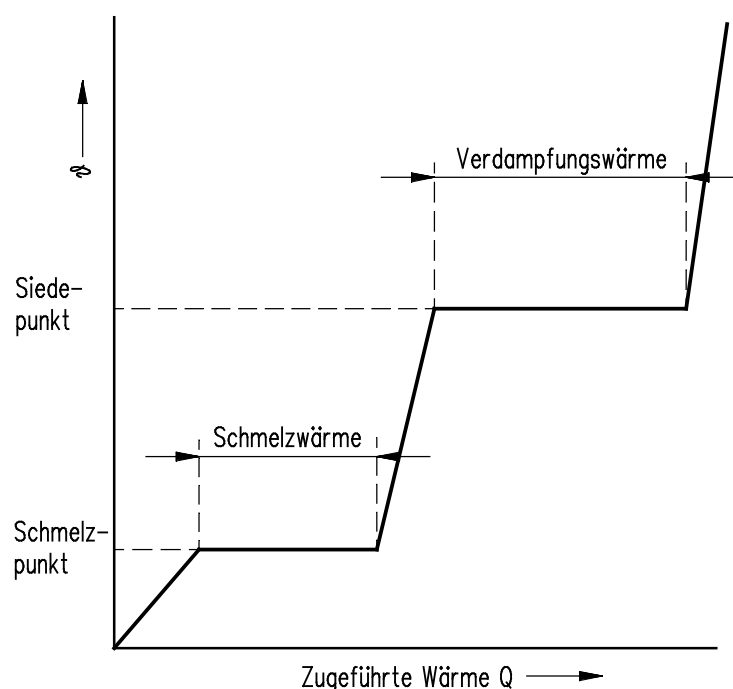


Abbildung 53 Wärmezufuhr und Temperaturerhöhung bei einem elementaren Festkörper

Schmelztemperatur

Die Schmelztemperatur ϑ_m (Schmelzpunkt) ist die Temperatur, bei der bei einem Körper die Phasenumwandlung von fest nach flüssig stattfindet.

Im Atomgitter eines Festkörpers sind alle Teilchen in einer festen geometrischen Ordnung miteinander verbunden. Bei einer Temperaturerhöhung vergrößert sich zunächst die Schwingungsamplitude der Teilchen um ihre Ruhelage. Bei Erreichen der Schmelztemperatur ist die Molekularbewegung so groß, dass eine weitere Energiezufuhr zum Zerfall des Gitters führt. Alle während des Schmelzens zugeführte Energie wird für die Aufhebung der Bindungskräfte benötigt. Deshalb bleibt die Temperatur während des Schmelzvorganges konstant. Erst wenn die Umwandlung fest-flüssig beendet ist und weiterhin Wärme zugeführt wird, steigt die Temperatur weiter an (siehe Abbildung 53).

Die für die Phasenumwandlung benötigte Wärmemenge, die Schmelzwärme ΔQ_m , ist proportional zur Masse des Körpers. Die Proportionalitätskonstante wird als spezifische Schmelzwärme bezeichnet und ist eine stoffspezifische Größe. Die Definition lautet:

Spezifische Schmelzwärme q_m

Die spezifische Schmelzwärme q_m gibt an, welche Wärmemenge benötigt wird, um 1 kg eines Stoffes bei der Schmelztemperatur zu schmelzen.

Oder

$$q_m = \frac{\Delta Q_m}{m} \quad (\text{Formel 65})$$

$$[q_m] = 1 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

Schmelzpunkte und spezifische Schmelzwärmen einiger Stoffe bei 1013 h Pa sind in Tabelle 10 aufgeführt.

Stoff	ϑ_m in °C	q_m in $\frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$
Aluminium	658	398
Blei	327	25
Eis	0	335
Eisen	1530	268
Kupfer	1084	205
Naphtalin	80,1	151
Platin	1770	113
Quecksilber	-39	11,7
Zinn	232	58,6

Tabelle 10 Schmelzpunkt und spezifische Schmelzwärme bei 1013 h Pa

Die während der Phasenumwandlung zugeführte Schmelzwärme ist in der Schmelze als potenzielle Energie und damit als thermische Energie der Teilchen gespeichert. Entzieht man der Schmelze Wärme, so kühlt sie sich zunächst nur bis zum Erstarrungspunkt ab, es gilt:

Erstarrungstemperatur = Schmelztemperatur

Die Temperatur bleibt bei weiterer Wärmeabgabe konstant, bis die Erstarrung beendet ist. Die Schmelzwärme wird beim Gitteraufbau wieder als Wärmeenergie frei und sorgt für die konstante Temperatur beim Erstarrungsvorgang, trotz der kontinuierlichen Wärmeabgabe.

Nach dem Gesetz von der Erhaltung der Energie sind in einem abgeschlossenen thermodynamischen System die beim Schmelzen verbrauchte und beim Erstarren wieder frei werdende Energiemenge gleich groß:

Schmelzwärme = Erstarrungswärme

Experimentell werden die Schmelzwärmen der Stoffe durch Kalorimetermessungen bestimmt.

Lehrbeispiel 1

In einem Kalorimeter werden 100 g zerstoßenes Eis einer Temperatur von 0 °C ohne Schmelzwasser mit 300 g Wasser der Temperatur 40 °C gemischt. Im thermischen Gleichgewicht ist das Eis geschmolzen, und die Mischungstemperatur beträgt 10 °C.

Bestimmen Sie die spezifische Schmelzwärme des Eises!

Geg.: $m_1 = 100 \text{ g}$; $\vartheta_1 = 0 \text{ °C}$; $m_2 = 300 \text{ g}$; $\vartheta_2 = 40 \text{ °C}$; $\vartheta_M = 10 \text{ °C}$; $c_W = 4,19 \text{ (kJ/kgK)}$

Ges.: q_{mW}

Lösung

Nach dem Prinzip der Energieerhaltung gilt:

$$\Delta Q_{ab} = \Delta Q_m + \Delta Q_{\text{Schmelzwasser}}$$

$$\Delta Q_m = \Delta Q_{ab} - \Delta Q_{\text{Schmelzwasser}}$$

$$\Delta Q_m = c_W \cdot m_2 \cdot (\vartheta_2 - \vartheta_M) - c_W \cdot m_1 \cdot (\vartheta_M - 0 \text{ °C})$$

$$\Delta Q_m = 4,19 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot 0,300 \text{ kg} \cdot 30 \text{ K} - 4,19 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot 0,100 \text{ kg} \cdot 10 \text{ K}$$

$$\Delta Q_m = 33,52 \text{ kJ}$$

Mit der ermittelten Schmelzwärme berechnet sich die spezifische Schmelzwärme des Eises nach der Definitionsgleichung (Formel 65) zu:

$$q_{\text{EIS}} = \frac{\Delta Q_m}{m_1}$$

$$q_{\text{EIS}} = \frac{33,52 \text{ kJ}}{0,1000 \text{ kg}}$$

$$q_{\text{EIS}} = \underline{\underline{335,2 \text{ kJ/kg}}}$$

Die spezifische Wärmekapazität des Eises beträgt 335 kJ/kg.

Lehrbeispiel 2

Berechnen Sie die Wärmemenge, die benötigt wird, um 400 g Eis der Temperatur -7°C in Wasser der Temperatur 18°C zu überführen!

Geg.: $m = 400 \text{ g}$; $\vartheta_1 = -7^\circ\text{C}$; $\vartheta_2 = 18^\circ\text{C}$
 $c_{\text{EIS}} = 2,10 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$; $c_W = 4,19 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$; $q_{\text{EIS}} = 335 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$

Ges.: ΔQ

Lösung

Die Berechnung der Wärmemenge erfolgt in vier Teilschritten:

1. Erwärmung des Eises auf $\vartheta_m = 0^\circ\text{C}$:

$$\Delta Q_1 = c_{\text{EIS}} \cdot m \cdot (\vartheta_m - \vartheta_1)$$

2. Berechnung der Schmelzwärme:

$$\Delta Q_m = m \cdot q_{\text{EIS}}$$

3. Erwärmung des Schmelzwassers auf die Temperatur ϑ_2 :

$$\Delta Q_2 = c_W \cdot m \cdot (\vartheta_2 - \vartheta_m)$$

4. Berechnung der gesamten Wärmemenge ΔQ :

$$\Delta Q = \Delta Q_1 + \Delta Q_m + \Delta Q_2$$

$$\Delta Q = c_{\text{EIS}} \cdot m \cdot (\vartheta_m - \vartheta_1) + m \cdot q_{\text{EIS}} + c_W \cdot m \cdot (\vartheta_2 - \vartheta_m)$$

$$\Delta Q = 2,1 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot 0,4 \text{ kg} \cdot [0 - (-7)] \text{ K} + 0,4 \text{ kg} \cdot 335 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

$$+ 4,19 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot 0,4 \text{ kg} \cdot (18 - 0) \text{ K}$$

$$\Delta Q = 5,88 \text{ kJ} + 134 \text{ kJ} + 30,168 \text{ kJ}$$

$$\Delta Q = \underline{\underline{170,048 \text{ kJ}}}$$

Es ist eine Wärmemenge von 170 kJ notwendig!

Eine praktische Nutzung der Schmelzwärme des Eises war zu Zeiten, als es noch keine Gefrierschränke gab, die **Kältemischung**.

Mischt man zerstoßenes Eis mit Kochsalz im Verhältnis 3:1 in einem Gefäß, so schmilzt das Eis und das Kochsalz geht in Lösung. Die für das Schmelzen benötigte Schmelzwärme und die für das Auflösen des Salzes benötigte Lösungswärme entzieht das Gemisch sich selbst. Dadurch kühlt es sich bis auf eine Temperatur von ca. $-20\text{ }^{\circ}\text{C}$ ab. Derartige Kältemischungen konnten dann für die Herstellung von z.B. Speiseeis genutzt werden.

Lehrbeispiel 3

Zu 8 l Wasser von $75\text{ }^{\circ}\text{C}$ wird 1 kg Eis von $-15\text{ }^{\circ}\text{C}$ hinzugefügt.

Berechnen Sie die sich einstellende Temperatur!

$$\begin{aligned} \text{Geg.: } V_w &= 8\text{ l}; \vartheta_2 = 75^{\circ}\text{C}; \vartheta_1 = -15^{\circ}\text{C} & \vartheta_m &= 0^{\circ}\text{C} \\ c_w &= 4,19 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}}; & c_{\text{EIS}} &= 2,10 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} & q_{\text{EIS}} &= \frac{335\text{ kJ}}{\text{kg}} \\ \text{Ges.: } \vartheta_M & & & & & \end{aligned}$$

Lösung

1. Vom Wasser abgegebenen Wärmemenge:

$$\begin{aligned} m_w &= \rho_w \cdot V_w \\ m_w &= 8\text{ kg} \\ \Delta Q_{\text{ab}} &= c_w \cdot m_w \cdot (\vartheta_2 - \vartheta_M) \end{aligned}$$

2. Erwärmung des Eises bis zum Schmelzpunkt:

$$\Delta Q_1 = c_{\text{EIS}} \cdot m_{\text{EIS}} \cdot (\vartheta_m - \vartheta_1)$$

3. Schmelzwärme:

$$\Delta Q_m = m_{\text{EIS}} \cdot q_{\text{EIS}}$$

4. Erwärmung des Schmelzwassers:

$$\Delta Q_2 = c_w \cdot m_{\text{EIS}} \cdot (\vartheta_M - \vartheta_m)$$

5. Energieerhaltung:

$$\Delta Q_{\text{ab}} = \Delta Q_{\text{auf}}$$

$$\Delta Q_{\text{ab}} = \Delta Q_1 + \Delta Q_m + \Delta Q_2$$

$$c_w \cdot m_w \cdot (\vartheta_2 - \vartheta_M) = c_{\text{EIS}} \cdot m_{\text{EIS}} \cdot (\vartheta_m - \vartheta_1) + q_{\text{EIS}} \cdot m_{\text{EIS}} + c_w \cdot m_{\text{EIS}} \cdot (\vartheta_M - \vartheta_m)$$

$$c_w \cdot m_w \cdot \vartheta_2 - c_w \cdot m_w \cdot \vartheta_M = c_{\text{EIS}} \cdot m_{\text{EIS}} \cdot (-\vartheta_1) + q_{\text{EIS}} \cdot m_{\text{EIS}} + c_w \cdot m_{\text{EIS}} \cdot \vartheta_M$$

$$c_w \cdot m_w \cdot \vartheta_2 + c_{\text{EIS}} \cdot m_{\text{EIS}} \cdot \vartheta_1 - q_{\text{EIS}} \cdot m_{\text{EIS}} = (c_w \cdot m_w + c_w \cdot m_{\text{EIS}}) \vartheta_M$$

$$\vartheta_M = \frac{c_W \cdot m_W \cdot \vartheta_2 + c_{\text{EIS}} \cdot m_{\text{EIS}} \cdot \vartheta_1 - q_{\text{EIS}} \cdot m_{\text{EIS}}}{c_W \cdot m_W + c_W \cdot m_{\text{EIS}}}$$

$$\vartheta_M = \frac{4,19 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}} \cdot 8 \text{ kg} \cdot 75 \text{ °C} - 2,1 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}} \cdot 1 \text{ kg} \cdot 15 \text{ °C} - 335 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \cdot 1 \text{ kg}}{4,19 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}} \cdot 8 \text{ kg} + 4,19 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}} \cdot 1 \text{ kg}}$$

$$\vartheta_M = \underline{\underline{56,99 \text{ °C}}}$$

Die Mischungstemperatur beträgt 57 °C.

Abhängigkeit der Schmelztemperatur vom Druck

Der Phasenübergang fest/flüssig ist immer mit einem Dichtesprung verbunden. Bei den meisten Stoffen hat die Schmelze eine geringere Dichte als der Festkörper, das Volumen ist größer geworden. Beim Schmelzvorgang wird also Energie, die Volumenarbeit, benötigt, um die Volumenvergrößerung gegen den Umgebungsdruck zu ermöglichen. Wird der Umgebungsdruck erhöht, vergrößert sich auch die für das Schmelzen benötigte Energie:

Bei Stoffen, deren Schmelzen eine geringere Dichte als die Festkörper haben, führt eine Erhöhung des Umgebungsdruckes zu einer Erhöhung der Schmelztemperatur ϑ_m und der Schmelzwärme ΔQ_m .

Umgekehrt liegen die Verhältnisse bei Materialien wie z.B. Wasser, deren Schmelzen eine größere Dichte als die Festkörper haben. Es gilt:

Bei Stoffen, deren Schmelzen eine größere Dichte als die Festkörper haben, führt eine Erhöhung des Umgebungsdruckes zu einer Verringerung der Schmelztemperatur ϑ_m und der Schmelzwärme ΔQ_m .

Anschaulich zeigt sich letzteres Verhalten bei der **Regelation des Eises**:

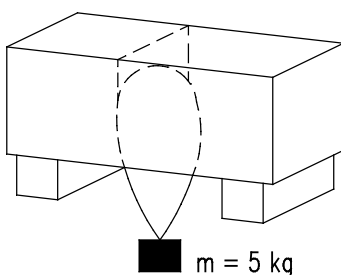


Abbildung 54 Regelation des Eises

Wird um einen Eisblock eine dünne Drahtschleife gelegt, und diese mit einem genügend großen Gewicht belastet, wandert der Draht durch den Eisblock, ohne ihn in zwei Teile zu zerteilen (Abbildung 54).

Der Druck auf das Eis unterhalb des Drahtes ist so groß, dass das Eis dort lokal schmilzt. Das Schmelzwasser gefriert jedoch oberhalb des Drahtes sofort wieder, da der hohe Druck nicht mehr vorhanden ist. Der Draht bewegt sich durch den Eisblock, ohne ihn zu zerteilen.

Schmelzpunkterniedrigung

Die in Tabelle 10 angegebenen Werte für die Schmelz- bzw. Gefrierpunkttemperatur gelten für reine Stoffe. Sind im Festkörper oder in der Schmelze fremde Stoffe gelöst, kommt es zu einer Schmelz- bzw. Gefrierpunkterniedrigung. Die Gefrierpunkterniedrigung ist proportional zur Anzahl der in der Schmelze gelösten Teilchen.

In wässrigen Lösungen bewirken Stoffe, die in Ionen zerfallen (Salze, Säuren, Basen) eine deutlich größere Schmelzpunkterniedrigung, als Stoffe, die atomar oder molekular (Sauerstoff, Stickstoff, etc.) in Lösung gehen. Meerwasser gefriert bei ca. $-2,5\text{ }^{\circ}\text{C}$. Eine gesättigte Kochsalzlösung erstarrt erst bei $-21\text{ }^{\circ}\text{C}$.

Noch komplexer ist das Verhalten, wenn verschiedene Metalle miteinander und/oder mit nichtmetallischen Zusatzstoffen (C, N, S, P,) gemischt (legiert) werden. Diese Problemstellungen werden in den Werkstoffwissenschaften und der Metallurgie untersucht.

Verdampfen und Kondensieren

Entsprechende Erscheinungen wie beim Schmelzen und Erstarren treten auf, wenn ein Körper vom flüssigen in den gasförmigen Aggregatzustand übergeht (Abbildung 53).

Wird einer Schmelze oder Flüssigkeit konstant Wärme zugeführt, steigt die Temperatur nur bis zum Siedepunkt an. Beim Siedepunkt bleibt die Siedetemperatur ϑ_v konstant, die zugeführte Wärme wird für die Umwandlung der Flüssigkeit in Dampf verbraucht.

In Flüssigkeiten werden die Teilchen durch Kohäsionskräfte zusammengehalten. Im Innern der Flüssigkeit heben sich die Kräfte gegenseitig auf, die Teilchen in der Flüssigkeit sind leicht beweglich. An der Oberfläche bewirken die Kohäsionskräfte jedoch eine nach innen gerichtete resultierende Kraft. Dieser als **Oberflächenspannung** bezeichnete Effekt verhindert das Austreten der Flüssigkeitsteilchen in den umgebenden Raum.

Bei der Phasenumwandlung flüssig/gasförmig wird die zugeführte Wärme, **Verdampfungswärme** Q_v , zur Überwindung der Oberflächenspannung gebraucht. Die aufgewandte Wärmeenergie bleibt in dem Dampf, entsprechend dem Schmelzvorgang, als potenzielle Energie erhalten. Beim Kondensieren, d.h. Verflüssigen, des Dampfes während des Abkühlens wird die potenzielle Energie als **Kondensationswärme** wieder frei und bewirkt den Haltepunkt der Temperatur, trotz kontinuierlicher Wärmeableitung.

Aus dem Satz von der Erhaltung der Energie ergeben sich somit folgende Aussagen für den Phasenübergang flüssig/gasförmig:

Siedetemperatur = Kondensationstemperatur

Und:

Verdampfungswärme = Kondensationswärme

Die auf die Masse des flüssigen Körpers bezogene Umwandlungsenergie heißt spezifische Verdampfungs- bzw. Kondensationswärme:

Spezifische Verdampfungswärme r_v

Die spezifische Verdampfungswärme r_v gibt an, welche Wärmemenge benötigt wird, um 1 kg eines Stoffes bei der Siedetemperatur zu verdampfen.

Die Berechnung der spezifischen Verdampfungswärme erfolgt nach folgender Gleichung:

$$r_v = \frac{\Delta Q_v}{m} \quad (\text{Formel 66})$$

Die Tabelle 11 zeigt die Siedetemperatur ϑ_v und die spezifische Verdampfungswärme r_v bei Normaldruck von 1013 hPa.

Stoff	ϑ_v in °C	r_v in $\frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$
Äther	35	368
Alkohol	78	859
Benzol	80	393
Quecksilber	357	284
Wasser	100	2257
Ammoniak	−34	1344
Kohlendioxid	−78	595
Luft	−193	209
Sauerstoff	−183	214
Wasserstoff	−253	461

Tabelle 11 Siedetemperatur und spezifische Verdampfungswärme einiger Stoffe

Lehrbeispiel 4

Berechnen Sie die Wärmemenge, die notwendig ist, um 2,5 kg Wasser der Temperatur 18 °C in Dampf von 100 °C zu überführen!

Geg.: $m = 2,5 \text{ kg}$; $\vartheta_1 = 18 \text{ °C}$; $\vartheta_v = 100 \text{ °C}$

$$c_w = 4,19 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}}; r_v = 2257 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

Ges.: ΔQ

Lösung

1. Berechnung der Wärmemenge für die Erwärmung des Wassers auf Siedetemperatur:

$$\Delta Q_1 = c_W \cdot m \cdot (\vartheta_v - \vartheta_1)$$

2. Berechnung der Verdampfungswärme:

$$\Delta Q_2 = r_v \cdot m$$

3. Berechnung der gesamten Wärmemenge:

$$\Delta Q = \Delta Q_1 + \Delta Q_2$$

$$\Delta Q = 4,19 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot 2,5 \text{ kg} \cdot 82 \text{ K} + 2,257 \cdot 10^3 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \cdot 2,5 \text{ kg}$$

$$\Delta Q = 858,95 \text{ kJ} + 5642,5 \text{ kJ}$$

$$\Delta Q = 6,5 \cdot 10^3 \text{ kJ}$$

Es wird eine Wärmemenge von 6,5 MJ benötigt.

Lehrbeispiel 5

200 g Wasser von 15 °C werden bei Normaldruck von Wasserdampf der Temperatur 100 °C solange durchströmt, bis eine Mischungstemperatur von 30 °C erreicht ist. Durch Wägung wird festgestellt, dass bei der Mischungstemperatur eine Wassermenge von 205 g vorhanden ist.

Bestimmen Sie die Verdampfungswärme des Wassers!

(Für die Berechnung kann der Wärmeaustausch mit der Umgebung vernachlässigt werden!)

$$\text{Geg.: } m_W = 200 \text{ g}; m_D = 5 \text{ g}; \vartheta_1 = 15 \text{ °C};$$

$$\vartheta_v = 100 \text{ °C}; \vartheta_M = 30 \text{ °C}; c_W = 4,19 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}}$$

$$\text{Ges.: } r_v$$

Lösung

1. Berechnung der vom Dampf beim Kondensieren abgegebenen Wärmemenge:

$$\Delta Q_1 = r_v \cdot m_D$$

2. Berechnung der beim Abkühlen des kondensierten Wassers abgegebenen Wärmemenge:

$$\Delta Q_2 = c_W \cdot m_D \cdot (\vartheta_v - \vartheta_M)$$

3. Berechnung der gesamten abgegebenen Wärmemenge:

$$\Delta Q_{ab} = \Delta Q_1 + \Delta Q_2$$

4. Berechnung der vom Wasser aufgenommenen Wärmemenge:

$$\Delta Q_{\text{auf}} = c_W \cdot m_W \cdot (\vartheta_M - \vartheta_1)$$

5 Anwendung der Energieerhaltung zur Berechnung der spezifischen Verdampfungswärme:

$$\Delta Q_{\text{ab}} = \Delta Q_{\text{auf}}$$

$$r_v \cdot m_D + c_W \cdot m_D \cdot (\vartheta_v - \vartheta_M) = c_W \cdot m_W \cdot (\vartheta_M - \vartheta_1)$$

$$r_v = \frac{c_W \cdot m_W \cdot (\vartheta_M - \vartheta_1) - c_W \cdot m_D \cdot (\vartheta_v - \vartheta_M)}{m_D}$$

$$r_v = \frac{4,19 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot 0,200 \text{ kg} \cdot 15 \text{ K} - 4,19 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot 0,005 \text{ kg} \cdot 70 \text{ K}}{0,005 \text{ kg}}$$

$$r_v = \underline{\underline{2.220,7 \text{ kJ/kg}}}$$

Die spezifische Wärmekapazität beträgt 2.221 kJ/kg.

Die Abweichungen des berechneten Wertes von dem Tabellenwert ist auf die Vernachlässigung des Wärmeaustausches mit der Umgebung zurückzuführen. Generell zeigt Lehrbeispiel 5 jedoch eine Möglichkeit, spezifische Verdampfungswärmen zu bestimmen.

Verdunsten

Den Übergang einer Flüssigkeit in den gasförmigen Aggregatzustand bei beliebigen Temperaturen unterhalb des Siedepunktes nennt man **Verdunsten**. Die Geschwindigkeit mit der dieser Vorgang abläuft, hängt von folgenden Parametern ab:

- **Temperatur**
Je höher die Temperatur der Flüssigkeit ist, umso schneller erfolgt die Verdunstung.
- **Freie Oberfläche**
Die Geschwindigkeit der Verdunstung ist proportional zur Größe der freien Oberfläche.
- **Konvektion**
Die Verdunstung erfolgt schneller, wenn die Dämpfe durch Luftbewegung abtransportiert werden.

Beim Verdunsten wird, wie beim Verdampfen, Wärmeenergie benötigt. Diese **Verdunstungswärme** entzieht die verdunstende Flüssigkeit sich selbst oder ihrer Umgebung, wodurch eine Abkühlung eintritt (**Verdunstungskälte**).

Das Verdunsten spielt für das Wettergeschehen auf der Erde eine wichtige Rolle. Wolkenbildung findet statt, weil Wasser aus den Meeren oder nach Regenfällen verdunstet und in die höheren Luftschichten aufsteigt.

Auch der Wärmehaushalt des Körpers wird durch das Verdunsten reguliert. Der Schweiß auf der Hautoberfläche verdunstet und sorgt so für Abkühlung und eine konstante Körpertemperatur.

Daher lässt sich heiße trockene Hitze besser ertragen als Hitze bei hoher Luftfeuchtigkeit. Bei Trockenheit verdunstet der Schweiß wesentlich schneller als bei hoher Luftfeuchtigkeit, und hat dadurch eine höhere Kühlwirkung.

Auch das Trocknen von Wäsche auf der Leine, oder die Abkühlung nach Regenfällen sind auf die Verdunstung zurückzuführen.

Siedepunkterhöhung

Sind in einer Schmelze oder Flüssigkeit fremde Stoffe gelöst, so liegt der Siedepunkt stets höher als der des reinen Stoffes. Die Siedepunkterhöhung ist, wie die Gefrierpunktserniedrigung, proportional zur Zahl der gelösten Teilchen.

Abhängigkeit des Siedepunktes vom Druck

Der Übergang von dem flüssigen Zustand in den gasförmigen Zustand ist mit einem großem Dichtesprung verbunden. Die Volumenvergrößerung ist dabei deutlich größer, als bei der Phasenumwandlung fest/flüssig. Dies führt zu einer starken Druckabhängigkeit des Siedepunktes, da beim Übergang in die Gasphase die Volumenarbeit $dW = p \cdot dV$ gegen den Umgebungsdruck aufgebracht werden muss. Dies lässt sich in einem einfachen Versuch anschaulich verdeutlichen (Abbildung 55).

Ein Becherglas mit 45 °C warmem Wasser wird unter eine Glaskuppel mit einer Vakuumpumpe gestellt und der Druck durch Abpumpen reduziert. Bei einem genügend niedrigen Druck bilden sich im Innern der Flüssigkeit Dampfblasen, das Wasser siedet bereits bei 45 °C.

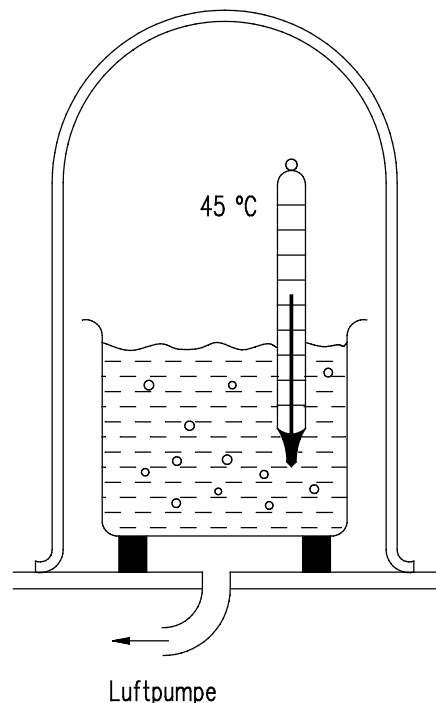


Abbildung 55 Versuch zur Druckabhängigkeit des Siedepunktes

Aus Experimenten und aus der Definition der Volumenarbeit der Gase können folgende Aussagen zur Druckabhängigkeit des Siedepunktes getroffen werden:

Bei Druckerniedrigung sinkt der Siedepunkt von Flüssigkeiten und Schmelzen, bei Druckerhöhung steigt er.

Die Temperaturerhöhung des Siedepunktes bei der Druckerhöhung nutzt man technisch im Autoklav zum Kochen von Zellulose oder beim Schnellkochtopf im Haushalt. In beiden Fällen wird ein Entweichen des Dampfes verhindert, und es kommt zu einem Druckanstieg im Behälter. Die dadurch erhöhte Siedetemperatur bewirkt dann eine Reduzierung der Kochdauer.

Dampf- und Gaszustand

In den bisherigen Ausführungen wurden die Ausdrücke Dampf und Gas nebeneinander gebraucht. Es gibt jedoch einige grundlegende physikalische Unterschiede zwischen beiden Zuständen.

Beim Dampf existieren gasförmige Phase und flüssige Phase eines Stoffes beliebig lange nebeneinander im Gleichgewicht.

Ein Gaszustand liegt nur dann vor, wenn die dazugehörige flüssige Phase als Gleichgewichtspartner fehlt.

Im Gleichgewicht ist der Raum über einer Flüssigkeit mit Dampf gesättigt und es stellt sich ein bestimmter **Dampf- oder Sättigungsdruck** ein. Dieser ist nur abhängig von der Temperatur und der chemischen Beschaffenheit der Flüssigkeit, nicht aber vom vorhandenen Volumen.

Folgender einfacher Versuch dient zur Verdeutlichung: In einem Zylinder mit Kolben befindet sich heißes Wasser. Zum Ausgleich des Dampfdruckes ist der Stempel mit einem Gewicht belastet. Der Kolben lässt sich in jede Position aufwärts oder abwärts verschieben, ohne dass das Gewicht zum Druckausgleich geändert werden muss.

Daraus folgt, dass der Dampfdruck trotz Volumenänderung konstant bleibt. Bei Vergrößerung des Volumens bildet sich unter kräftigem Sieden neuer Dampf, bei einer Volumenverkleinerung kondensiert die entsprechende Dampfmenge wieder als Wasser.

Da bei den Zustandsgleichungen der Gase immer das Volumen mit berücksichtigt werden muss, gilt folgende Aussage:

Die Zustandsgleichungen für Gase gelten nicht für Dämpfe.

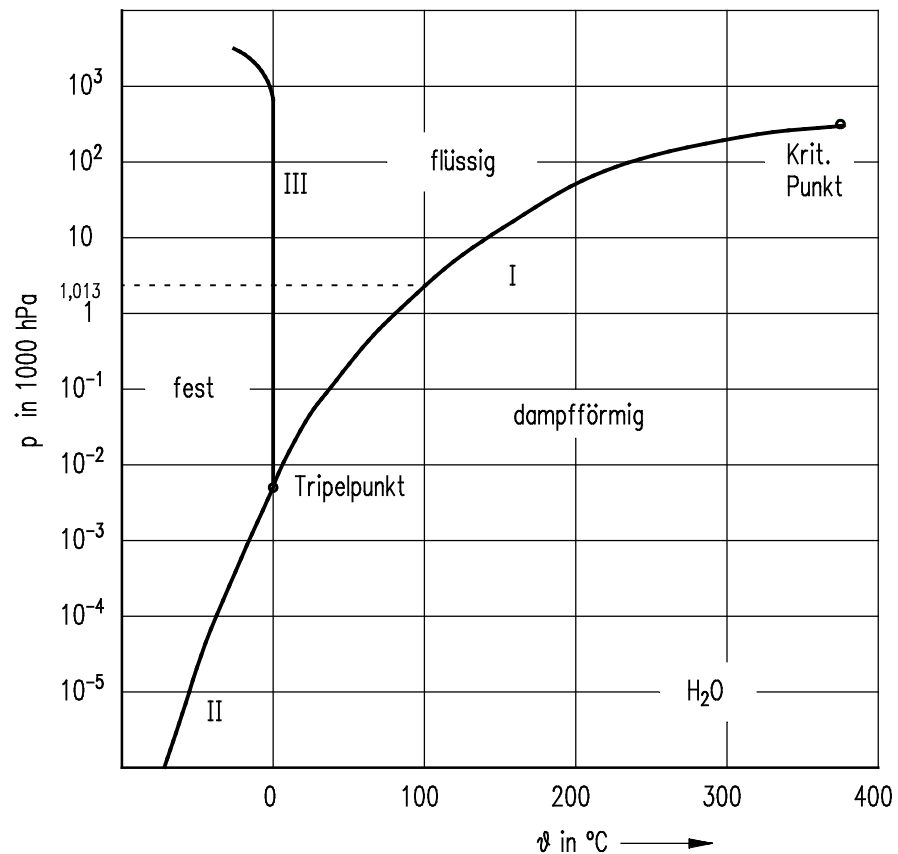


Abbildung 56 Zustandsdiagramm des Wassers

Die Abhängigkeit des Dampfdruckes des Wassers von der Temperatur zeigt Kurve I des Phasendiagramms in Abbildung 56. Aus der Kurve geht hervor, dass bei 100°C der Dampfdruck des Wassers den Normaldruck erreicht. Für alle Flüssigkeiten gilt die Aussage:

Am Siedepunkt ist der Dampfdruck gleich dem auf der Flüssigkeit lastenden Druck.

Aus der Kurve ist zu erkennen, dass Wasser auch bei sehr niedrigen Temperaturen siedet, wenn der Druck nur gering genug ist.

Sublimation

Aus dem Phasendiagramm des Wassers in Abbildung 56 ist zu erkennen, dass auch Eis einen Dampfdruck hat (Kurve II).

Das bedeutet nicht nur Flüssigkeiten, sondern auch feste Körper können unmittelbar in den Gaszustand übergehen. Dieser Vorgang heißt **Sublimation** und der Dampfdruck wird mit **Sublimationsdruck** bezeichnet. Beim Sublimieren wird die **Sublimationswärme** benötigt, die der Körper sich selbst oder seiner Umgebung entzieht.

Grundsätzlich haben alle festen Stoffe einen Sublimationsdruck; bei Metallen ist er unmessbar gering, während Jod, Naphthalin (Mottenkugeln), Schwefel und andere Stoffe einen recht hohen Dampfdruck haben, was sehr häufig am Geruch festzustellen ist.

In der Natur sublimieren z.B. kleine Schneefelder auch unterhalb des Schmelzpunktes. Technisch wird die Sublimation bei der Gefriertrocknung zur Herstellung

hitzeempfindlicher chemischer und medizinischer Präparate genutzt. Das Wasser wird dabei bei Temperaturen zwischen -60 °C und 0 °C aus der Eisphase absublimiert.

Auch können Gase unter Überspringen des flüssigen Zustandes direkt in den festen Zustand übergehen. Auf diese Weise bilden sich Schneekristalle. Auch sublimieren Jod und Schwefel unter der Bildung winziger Kristalle.

2.3 Wärme als Energieträger

Jeder Körper mit einer Temperatur höher als seine Umgebung wird, da er Wärmeenergie abgibt, als Wärmequelle bezeichnet.

Die wichtigste natürliche Wärmequelle für das Leben auf der Erde ist die Sonne. Der Strahlungsstrom der Sonne beträgt außerhalb der Atmosphäre $s = 1,372\text{ kW/m}^2$ (Solarkonstante). Weitere natürliche Wärmequellen liegen im Inneren der Erde und treten als Vulkane oder heiße Quellen in Erscheinung.

Für die Wirtschaft eines Landes ist die Verfügbarkeit von Energie lebenswichtig. Die Voraussetzung dafür ist das Vorhandensein fossiler Energieträger wie Kohle, Öl und Erdgas, oder regenerativer Energiequellen wie Wind, fließendes Wasser und Sonne sowie die Nutzung von Kernenergie. Die Umwandlung der Energien dieser Energieträger in elektrische Energie ist dabei von größter Bedeutung.

Auch heute sind die fossilen Brennstoffe die wichtigsten Energieträger. Die Qualität eines Brennstoffes wird durch den Heizwert bestimmt.

Heizwert

Der Heizwert eines Stoffes gibt die Wärmeenergie an, die bei der Verbrennung von einem kg dieses Stoffes frei wird.

$$H = \frac{\Delta Q}{m} ; [H] = 1 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

Bei gasförmigen Brennstoffen wird die Wärmemenge auf 1 m^3 des Gases unter Normalbedingungen ($p_0 = 1013\text{ hPa}$, $\vartheta_0 = 0\text{ °C}$) bezogen.

$$H' = \frac{\Delta Q}{V} ; [H'] = 1 \frac{\text{kJ}}{\text{m}^3}$$

Charakteristisch für die Güte einer Wärmequelle sind die Wärmeleistung und der Wirkungsgrad.

Wärmeleistung

Die Wärmeleistung P gibt die pro Zeiteinheit Δt von einer Wärmequelle abgegebene Wärmeenergie ΔQ an.

$$P = \frac{\Delta Q}{\Delta t} ; [P] = 1 \frac{\text{kJ}}{\text{s}} = 1 \frac{\text{kWs}}{\text{s}} = 1\text{ kW}$$

Wirkungsgrad

Der Wirkungsgrad einer Wärmequelle ist das Verhältnis von Nutzenergie W zu aufgewendeter Energie Q :

$$\eta = \frac{W}{Q}$$

Carnotscher Kreisprozess und zweiter Hauptsatz der Thermodynamik

Die bei den Wärmekraftmaschinen ablaufenden thermodynamischen Vorgänge werden mit einem sogenannten Kreisprozess im p-V-Diagramm beschrieben. Alle wesentlichen Erkenntnisse können anschaulich durch den Carnotschen Kreisprozess verdeutlicht werden.

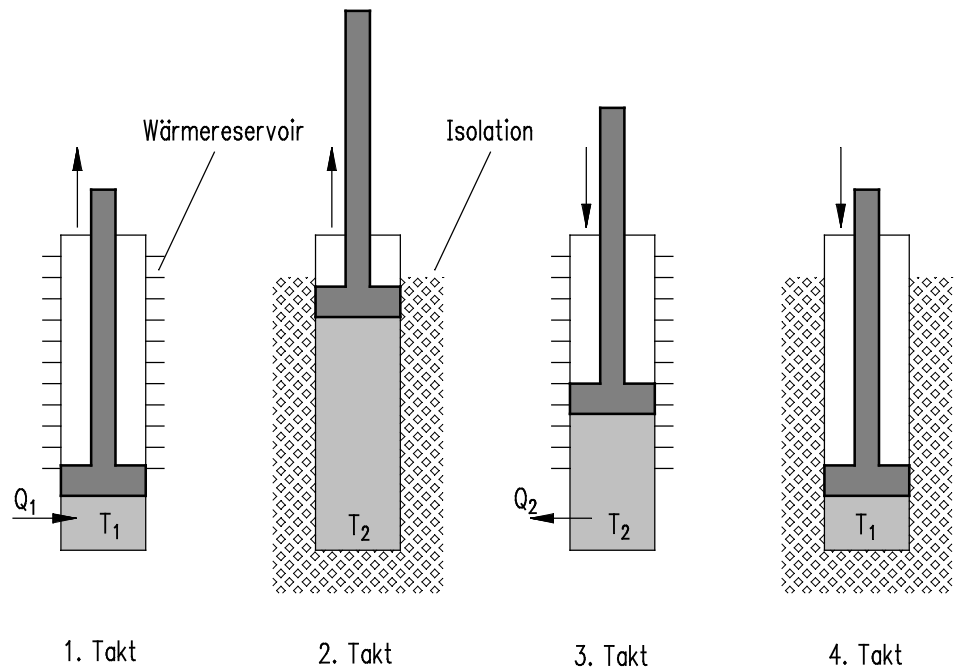


Abbildung 57 Verlauf des Carnotschen Kreisprozesses:

Beim Carnotschen Kreisprozess wird ein idealer, ohne mechanische Verluste arbeitender Heißluftmotor (Sterling Motor) mit einem idealen Gas betrieben. In Abbildung 57 sind die einzelnen Arbeitstakte, in Abbildung 58 das p-V-Diagramm für diesen Kreisprozess dargestellt.

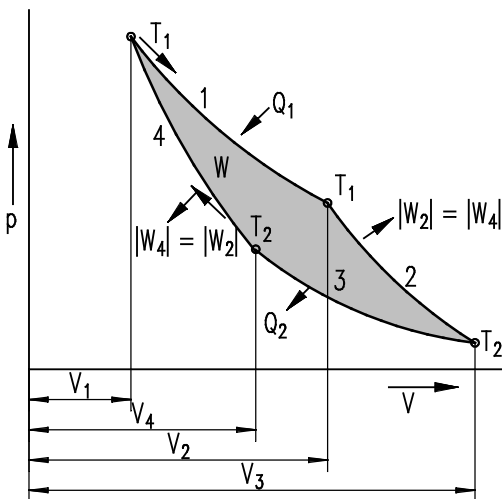


Abbildung 58 p-V-Diagramm des Carnotschen Kreisprozesses

1. Takt: Eine definierte Wärmemenge Q_1 wird bei der tiefsten Kolbenstellung dem eingeschlossenen Gas aus einem unendlich großen Wärmereservoir der Temperatur T_1 zugeführt. Das Gas dehnt sich isotherm aus (Kurve 1 Abbildung 58) und verrichtet Arbeit.

2. Takt: Der Zylinder wird wärmedicht umhüllt, und das Gas dehnt sich adiabatisch weiter aus (Kurve 2 Abbildung 58). Das Gas verrichtet die Arbeit und kühlt sich auf die Temperatur T_2 ab.

3. Takt: Die Umhüllung wird entfernt und die in einem Schwungrad gespeicherte Energie treibt den Kolben zurück. Die bei der Verdichtung entstehende Wärmeenergie Q_2 fließt bei der konstanten Temperatur T_2 in einen unendlich großen Wärmeverrat der Temperatur T_2 (Isotherme 3 in Abbildung 58).

4. Takt: Nach abermaliger Umhüllung des Zylinders wird das Gas auf das Ausgangsvolumen adiabatisch komprimiert (Adiabate 4 Abbildung 58). Dabei steigt die Temperatur des Gases auf den ursprünglichen Wert T_1 an. Am Gas wird Arbeit verrichtet und der Ausgangszustand ist wiederhergestellt.

Wirkungsgrad des Carnotschen Kreisprozesses

Die vom idealen Heißluftmotor während des Kreisprozesses abgegebene Arbeit W entspricht der vom Kreisprozess im p-V-Diagramm umschlossenen Fläche. Für alle Kreisprozesse gilt:

Der von der Arbeitskurve eines Kreisprozesses umschlossene Flächeninhalt stellt die während eines Arbeitszyklus geleistete oder zugeführte Arbeit dar.

Wirkungsgrad des Carnot-Prozesses

$$\eta = \frac{|W|}{Q_1} = \frac{|Q_1| - |Q_2|}{Q_1} = 1 - \frac{|Q_2|}{Q_1}$$

Nach der Temperatur-Volumen-Beziehung bei der adiabatischen Zustandsänderung gilt:

Thermische Wirkungsgrad des Carnot-Prozesses

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

Der Wirkungsgrad des Carnot-Prozesses ist somit nur von den beiden Temperaturen abhängig, bei denen der Austausch der Wärmeenergie stattfindet.

Zweiter Hauptsatz der Thermodynamik

Es gibt keine periodisch arbeitende Maschine, die Wärmeenergie in mechanische Energie umwandelt, ohne dass ein Teil der zugeführten Wärmeenergie wieder abgegeben wird.

Oder:

Es gibt kein „Perpetuum mobile“ 2. Art.

Ein Perpetuum mobile zweiter Art ist eine Maschine, die die gesamte zugeführte Wärmeenergie in mechanische Energie umwandelt. Dies ist nach dem ersten Hauptsatz der Thermodynamik möglich, da die Energieerhaltung gewährleistet ist. Mit einer solchen Maschine könnte z.B. dem Meerwasser Wärme entzogen werden, um Motoren anzutreiben. Nach dem zweiten Hauptsatz kann jedoch eine Wärmekraftmaschine nur zwischen zwei Wärmereservoirs unterschiedlicher Temperatur arbeiten. Es würde also für die „Meerwassermaschine“ ein kälteres Wärmereservoir benötigt, in dem ein Teil der zugeführten Wärme abgeführt würde.

Wärmekraftmaschine

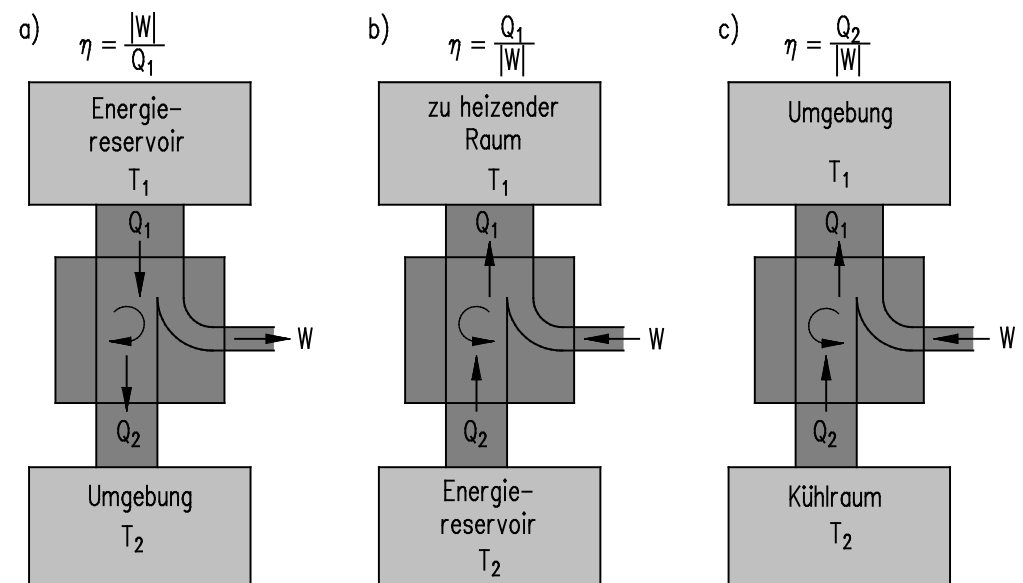


Abbildung 59 Energiefluss von a) Wärmekraftmaschine, b) Wärmepumpe, c) Kältemaschine

Prinzipiell können, analog zum Carnotschen Kreisprozess, auch für andere Wärmekraftmaschinen Berechnungen für den Wirkungsgrad durchgeführt werden. Bei allen

wird die Arbeit W von der Maschine abgegeben und die Wärmeenergie Q_1 zugeführt (Abbildung 59a). Allgemein gilt für den Wirkungsgrad der Wärmekraftmaschinen:

$$\eta = |W| / Q_1 \quad \eta = 1 - \frac{|Q_2|}{Q_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

Es wird deutlich, dass der Wirkungsgrad von Wärmekraftmaschinen immer kleiner als 1 ist. Er wird umso größer, je höher die Temperatur T_1 ist, bei der die Wärmeenergie Q_1 zugeführt wird, und je geringer die Temperatur T_2 ist, bei der die Wärmeenergie Q_2 abfließt.

Wärmepumpe

Jeder Heißluftmotor kann auch als Wärmepumpe betrieben werden. Dabei wird der Kolben angetrieben und der Kreisprozess in entgegengesetzter Richtung durchlaufen (Abbildung 59b). Die Expansion findet bei der tieferen Temperatur T_2 unter Aufnahme der Wärmemenge Q_2 statt. Durch die Zufuhr der mechanischen Energie W wird bei der höheren Temperatur T_1 die Wärmemenge Q_1 abgegeben.

Bei der Wärmepumpe sind Q_2 und W positiv, Q_1 ist negativ. Die Wärmemenge Q_2 wird von der niedrigeren Temperatur T_2 auf höhere Temperatur T_1 heraufgepumpt. Der **technische Wirkungsgrad** berechnet sich nach:

$$\eta_{WP} = \frac{|Q_2|}{W} = \frac{|Q_1|}{|Q_1| - |Q_2|}$$

η_{WP} ist offensichtlich größer als 1 und wird auch als **Leistungszahl** bezeichnet. Die Anwendung der Gasgesetze für die Wärmemengen Q_1 und Q_2 ergeben folgenden Ausdruck:

$$\eta_{WP} = \frac{T_1}{T_1 - T_2}$$

In der Praxis kommen Wärmepumpen mit Leistungszahlen η_{WP} zwischen 3 und 4 zum Einsatz.

Kältemaschine

Wird die bei der niedrigeren Temperatur T_2 entnommene Wärmemenge Q_2 als die Nutzenergie angesehen, arbeitet eine Wärmepumpe als Kältemaschine (Abbildung 59c). Der **technische Wirkungsgrad** ist dann:

$$\eta_{KM} = \frac{|Q_2|}{W} = \frac{|Q_2|}{|Q_1| - |Q_2|} \quad \eta_{KM} = \frac{T_2}{T_1 - T_2}$$

Kreisprozess des Viertaktmotors

Die Benzin- und Diesel-Viertaktmotoren zählen auf Grund ihrer kompakten Bauweise bei großer Leistungsabgabe zu den wichtigsten und häufigsten Wärmekraftmaschinen.

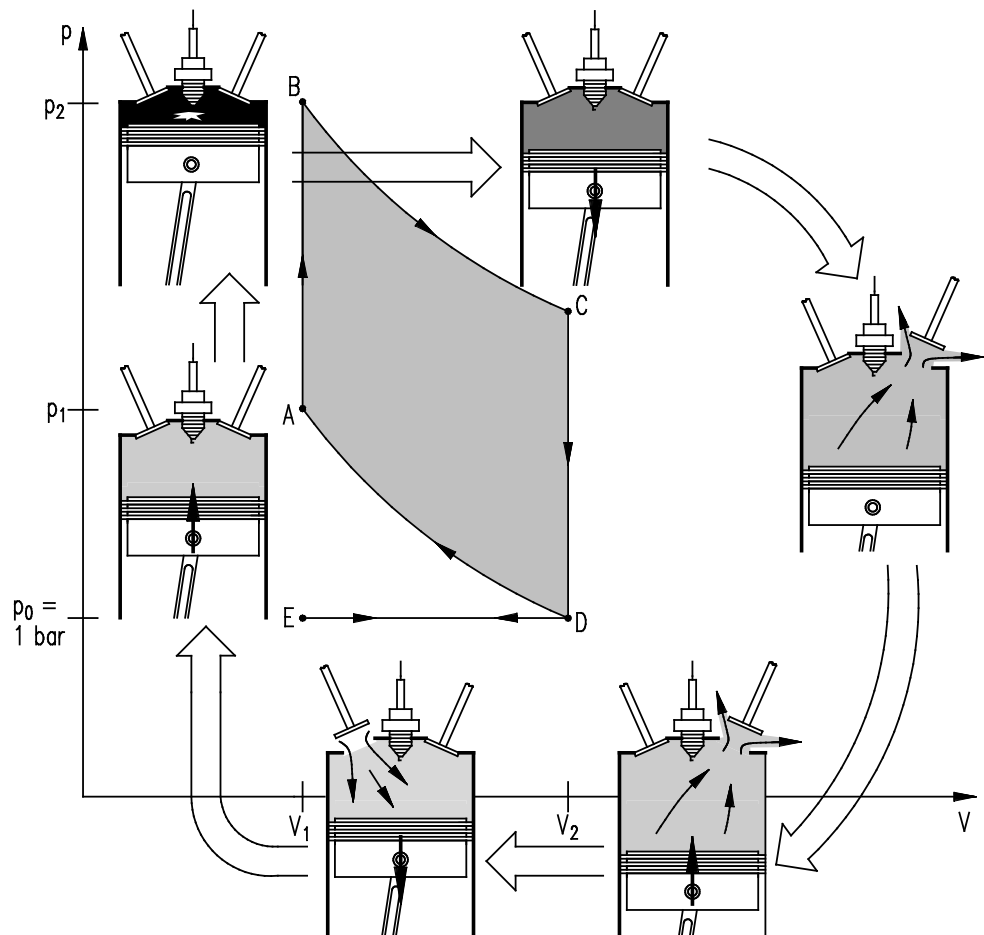


Abbildung 60 Kreisprozess des Viertaktmotors im p-V-Diagramm

Abbildung 60 zeigt den Kreisprozess des idealisierten Viertaktmotors in einem p-V-Diagramm, sowie die verschiedenen Pleuellagerstellungen.

Wirkungsgrad des Viertaktmotors

Der Wirkungsgrad des Kreisprozesses beträgt:

$$\eta = 1 - \left(\frac{V_2}{V_1} \right)^{\kappa-1}$$

Der Wirkungsgrad eines idealen Viertaktmotors ist somit nur von der Verdichtung V_2/V_1 abhängig. Bei einer Verdichtung von $V_2/V_1 = 10$ und $\kappa = 7/5$ erhält man einen Wirkungsgrad von $\eta = 1 - (1/10)^{0,4} = 60,2 \%$.

Bei Benzin-Motoren sind Verdichtungen bis etwa $V_2/V_1 = 10$ zu erreichen. Höhere Verdichtungen führen hier zu vorzeitiger explosionsartiger Verbrennung des Luft-

Kraftstoff-Gemisches („Klopfen“). Bei Diesel-Motoren sind Verdichtungen von $V_2/V_1 = 25$ möglich.

Der Wirkungsgrad realer Viertaktmotoren liegt jedoch deutlich unter den theoretischen Werten für eine ideale Maschine. Für Otto-Motoren ist $\eta \approx 25\%$, bei Diesel-Motoren ist $\eta \approx 35\%$ erreichbar. Ursache hierfür sind eine unvollständige Verbrennung des Kraftstoffes, Kühlverluste durch die Zylinderwände und Reibungsverluste in den Lagern und Dichtungen.

Kraftwerke

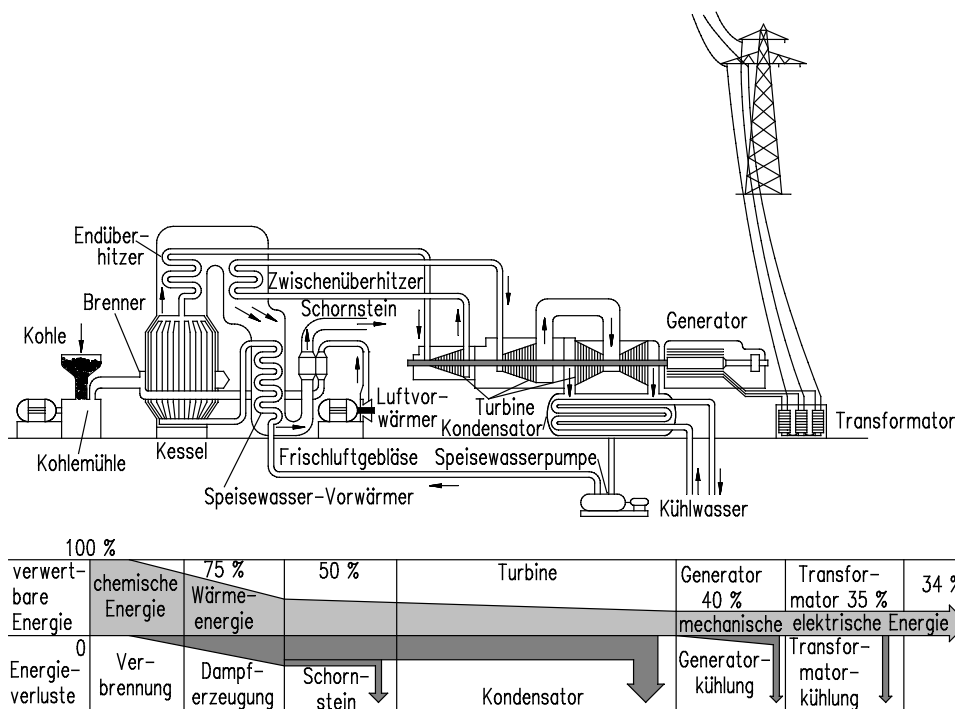


Abbildung 61 Aufbau eines Kohlekraftwerkes und Energieverluste beim Kraftwerksprozess

Obwohl sich chemische Energie in Brennstoffzellen direkt in elektrische Energie umwandeln lässt, ist der einzige bis heute technisch ausgereifte Prozess zur Erzeugung großer elektrischer Energien der Kraftwerkprozess. Den schematischen Aufbau für ein Kohlekraftwerk zeigt Abbildung 61.

Beim Kraftwerkprozess wird Primärenergie in Wärmeenergie umgeformt. Daher wird der Wirkungsgrad des Kraftwerkprozesses neben technischen Beschränkungen, wie z.B. Temperaturfestigkeit des Kesselmaterials, wesentlich durch den zweiten Hauptsatz bestimmt.

Der maximale Wirkungsgrad für die Umwandlung der Wärmeenergie in mechanische Energie berechnet sich nach

$$\eta = 1 - T_2/T_1.$$

Bei einer Temperatur des Arbeitsgases von $T_1 = 1200\text{ K}$ beträgt der Wirkungsgrad einer nachfolgenden Wärmekraftmaschine, die ihre Abwärme bei einer Umgebungstemperatur von $T_U = 293\text{ K}$ abgibt, noch maximal $\eta = 1 - T_U/T_1 = 75\%$.

Auch bei einem idealen Kraftwerk, ohne weitere Energieabgabe nach außen, ist somit nur noch 75 % der zugeführten Primärenergie für die Umwandlung in mechanische oder elektrische Energie verwertbar. Dieser Energieverlust setzt sich im weiteren Verlauf des Kraftwerkprozesses fort (Abbildung 61).

Eine solche grundlegende Beschränkung des Wirkungsgrades ist bei der mechanischen oder elektrischen Energie nicht gegeben. Daher sind diese Energieformen für den Verbraucher wertvoller als Wärmeenergie.

Die Umwandlung von mechanischer oder elektrischer Energie in Wärmeenergie ist somit immer mit einer „**Entwertung**“ der Energie verbunden.

Reversible und irreversible Vorgänge

Denkt man sich, wie beim Carnotschen Kreisprozess, einen völlig wärmedicht umhüllten Zylinder, in dem ein Kolben reibungsfrei bewegt werden kann, so wird beim Hineindrücken des Kolbens das Gas adiabatisch verdichtet. Die aufgewandte mechanische Arbeit wird vollständig in Wärmeenergie umgewandelt und bleibt in dem Gas gespeichert. Wird der Kolben losgelassen, wandelt sich die zuvor gebildete Wärmeenergie wieder vollständig in mechanische Energie um, und der Kolben wird herausgetrieben. Der Ausgangszustand ist wieder erreicht.

Wenn nach dem Ablauf eines Vorgangs der Ausgangszustand wieder erreicht wird, ohne dass eine Veränderung zurückbleibt, ist der Vorgang reversibel.

Da bei einem reversiblen Vorgang keine Wärmeverluste auftreten, haben Wärmekraftmaschinen, die einen reversiblen Kreisprozess durchlaufen den höchsten, möglichen Wirkungsgrad.

Bei allen mechanischen Vorgängen wird ein Teil der mechanischen Energie durch Reibung in Wärme umgewandelt. Es ist kein Vorgang bekannt, bei dem nach Beendigung der Reibung die Wärmeenergie sich ohne Einwirkung von Außen in mechanische Energie zurückverwandelt.

Ein Vorgang ist irreversibel, wenn er nur durch Veränderung der Umgebung, z.B. durch Arbeit von außen, rückgängig gemacht werden kann.

Alle in der Natur vorkommenden Vorgänge sind irreversibel und verlaufen nur in einer Richtung. Ein Teil der beteiligten Energien wird immer in Wärmeenergie umgewandelt.

Definition der Entropie

Der Quotient $\Delta Q/\Delta T$ wird als Entropieänderung bezeichnet und ist eine für einen thermodynamischen Vorgang charakteristische Größe, die zu- oder abnehmen oder unverändert bleiben kann.

Entropieänderung

$$\Delta S = Q/T, \text{ mit } [\Delta S] = \text{J/K}$$

Beim Carnotschen Kreisprozess treten Entropieänderungen auf, und die gesamte Entropieänderung berechnet sich nach $\Delta S = \Delta S_1 + \Delta S_2 = 0$, allgemein kann gesagt werden:

Bei jedem reversiblen Kreisprozess bleibt die Entropie unverändert.

Entropie für feste oder flüssige Körper

$$\Delta S = \int_{T_1}^{T_2} \frac{C \cdot m \cdot dT}{T} = C \cdot m \cdot \ln \frac{T_2}{T_1}$$

Mit dem 1. Hauptsatz der Thermodynamik und den Gasgesetzen gilt für die Änderung der Entropie eines idealen Gases:

Entropie eines idealen Gases

$$\Delta S = n \cdot C_{mV} \ln \frac{T_2}{T_1} + n \cdot R \cdot \ln \frac{V_2}{V_1}$$

Entropie und Irreversibilität

Bei realen Wärmekraftmaschinen mit irreversiblen Kreisprozessen ist der Wirkungsgrad geringer als der des Carnotschen Kreisprozesses. Die aus der irreversibel arbeitenden Wärmekraftmaschine austretende Entropie ist größer als die hineinfließende Entropie. Es wird also Entropie erzeugt.

Bei einem irreversibel ablaufenden Vorgang wird Entropie erzeugt und die Gesamtentropie nimmt zu

bzw.:

In einem abgeschlossenen System laufen solange Vorgänge ab, bis die Entropie ihren Höchstwert erreicht hat.

Diese Tatsache kann für die Bestimmung des Ablaufes der Zeit genutzt werden:

Von zwei Zuständen eines Systems ist der Zustand der spätere, der die höhere Entropie besitzt.

Alle Vorgänge, bei denen ein Temperatenausgleich stattfindet, sind irreversibel. Nach einem Temperatenausgleich wird sich, ohne Eingriff von Außen, kein Temperaturunterschied zwischen den einzelnen Körpern wieder einstellen.

Entropie und Wahrscheinlichkeit

Zur Verdeutlichung des Zusammenhanges zwischen Entropie und Wahrscheinlichkeit kann man folgenden Modellversuch durchführen.

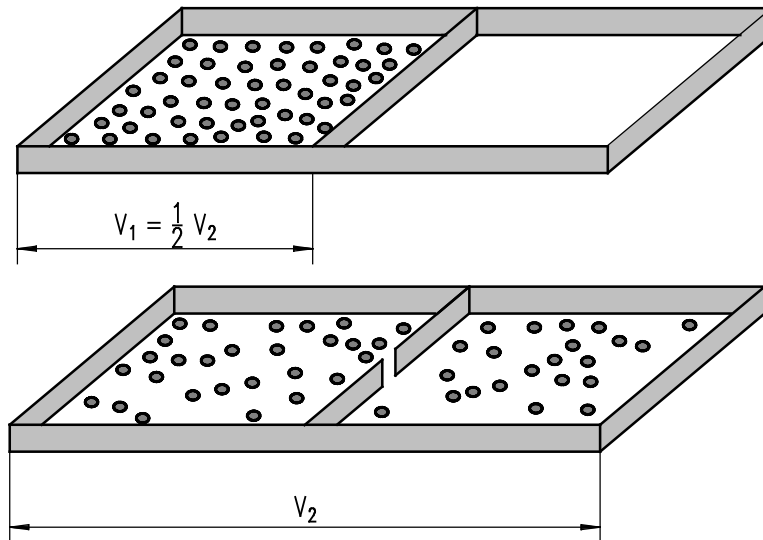


Abbildung 62 Modell zur Ausdehnung eines Gases

Ein flacher Kasten wird durch eine mit einer Öffnung versehene Wand in zwei Teile unterteilt (Abbildung 62). Zu Beginn des Versuches befinden sich alle 50 Kugeln in einer Hälfte des Kastens. Durch unregelmäßiges Schütteln des Kastens gelangen Kugeln durch die Öffnung in der Wand in die andere Hälfte und wieder zurück. Nach einiger Zeit sind die Kugeln nahezu gleich über beide Hälften verteilt. Durch weiteres Schütteln gelingt es nicht, diese Gleichverteilung rückgängig zu machen. Die Wahrscheinlichkeit dafür ist sehr gering, der Prozess der Gleichverteilung ist irreversibel.

Unter der **Wahrscheinlichkeit w** für eine bestimmte Verteilung eines Systems versteht man das Verhältnis aus der Anzahl der für die Verteilung günstigen Fälle n zur Anzahl der insgesamt möglichen Fälle N .

$$w = n/N$$

Befindet sich nur eine Kugel im Kasten des Modellversuches, so beträgt die Wahrscheinlichkeit es im Gesamtvolumen V_2 anzutreffen $w_2 = 1/1$, die Wahrscheinlichkeit es im Volumen $V_1 = \frac{1}{2} \cdot V_2$ anzutreffen nur $w_1 = \frac{1}{2}$.

Für zwei Kugeln betragen diese Wahrscheinlichkeiten $w_2 = 1/1$ bzw. $w_1 = (1/2)^2$, für 10 Teilchen $w_2 = 1/1$ bzw. $w_1 = (1/2)^{10}$ und bei 50 Teilchen $w_2 = 1/1$ bzw. $w_1 = (1/2)^{50}$.

Für 10 Teilchen ergibt sich für w_2/w_1 ein Verhältnis von 1024:1, bei 50 Teilchen das Verhältnis von 10^{15} :1.

Würde man ein Gas jede Sekunde einmal beobachten, so müsste man bei 10 Teilchen 17 Minuten und bei 50 Teilchen 36 Millionen Jahre warten, bis das Ereignis „alle Teilchen in einer Hälfte“ eintritt.

Betrachtet man ein reales Gasvolumen mit seinen ca. 10^{19} Teilchen pro cm^3 , so stellt sich auch dort immer der Zustand mit der größten Wahrscheinlichkeit ein. In einem großen Raum ist also nicht zu erwarten, dass sich alle Luft in einer Ecke ansammelt

und man ersticken müsste, was nach der klassischen Mechanik durchaus möglich wäre.

Betrachtet man die Stoffmenge n eines idealen Gases mit $n \cdot N_A$ Teilchen, so ist die Wahrscheinlichkeit, dass sich alle Teilchen im Gesamtvolumen V_2 aufhalten $w_2 = 1/1$, die Wahrscheinlichkeit, dass sich alle Teilchen gleichzeitig im Teilvolumen V_1 aufhalten $w_1 = (V_1 / V_2)^{n \cdot N_A}$

Das Verhältnis der Wahrscheinlichkeiten $W = w_2/w_1$ gibt an, wie viel mal wahrscheinlicher es ist, dass sich alle Teilchen im Gesamtvolumen V_2 aufhalten, als im Teilvolumen V_1 . Es ergibt sich:

$$W = \frac{w_2}{w_1} = \left(\frac{V_2}{V_1} \right)^{n \cdot N_A}$$

Daraus folgt:

$$\ln W = n \cdot N_A \cdot \ln (V_2/V_1)$$

Man ersetzt die Teilchenzahl durch die universelle Gaskonstante $N_A = R/k$ und nach einigen Umformungen ergibt sich für die Entropieänderung bei der isothermen Expansion eines Gases:

$$\Delta S = \frac{\Delta Q_1}{T_1} = n \cdot R \cdot \ln \left(\frac{V_2}{V_1} \right) = k \cdot \ln W$$

Die Entropieänderung wird durch die obigen Überlegungen auf das Verhältnis zweier Wahrscheinlichkeiten zurückgeführt.

Geht ein abgeschlossenes System von einem Zustand 1 in den Zustand 2 über, dessen Wahrscheinlichkeit größer ist, so nimmt die Entropie dabei zu.

Oder:

In einem abgeschlossenen System laufen solange Vorgänge ab, bis sich der wahrscheinlichste Zustand eingestellt hat, d.h. bis die Entropie ein Maximum hat.

Entropie und Universum

Sieht man das Universum als ein abgeschlossenes System, so nimmt seine Entropie bei allen Vorgängen zu. Dies bedeutet eine Gleichverteilung der Energie im Universum und einen vollständigen Temperatúrausgleich. Damit wären keine Veränderungen mehr möglich. Dieser Zustand wird auch mit dem **Wärmetod des Alls** bezeichnet.

Es bleibt jedoch nur noch zu klären, ob das Universum ein abgeschlossenes System ist, und der zweite Hauptsatz überhaupt angewandt werden kann.

AufgabenAufgabe 1

Welche physikalische Aussage behandelt der 1. Hauptsatz der Thermodynamik?

Aufgabe 2

Nennen Sie die Definition der Inneren Energie eines thermodynamischen Systems!

Aufgabe 3

Nennen Sie die physikalische Bedeutung der spezifischen Wärmekapazität!

Aufgabe 4

Berechnen Sie die Wärmeenergie, die 35 kg Wasser zuzuführen ist, wenn das Wasser von 16 °C auf 75 °C erwärmt werden soll!

Aufgabe 5

200 g eines Stoffes der Temperatur 20 °C werden durch die Zufuhr von 39 kJ auf 520 °C erwärmt.

Berechnen Sie die spezifische Wärmekapazität des Stoffes!

Aufgabe 6

Nennen Sie die Definition und die physikalische Bedeutung der Wärmekapazität eines Körpers!

Aufgabe 7

Erklären Sie, auf welchem physikalischen Gesetz die Mischungsregel aufbaut!

Aufgabe 8

In einem Härtebad mit 15 kg Wasser von 18 °C sollen Werkstücke aus Stahl mit der Temperatur von 850 °C abgeschreckt werden.

Berechnen Sie die maximale Masse der Werkstücke, wenn beim Abkühlvorgang die Temperatur des Wassers 40 °C nicht überschreiten darf!

Aufgabe 9

In einem Schwimmbecken von 25 m Länge, 8 m Breite und 1,80 m Tiefe soll die Wassertemperatur 24 °C betragen.

Welche Mengen an kaltem Wasser mit 11 °C und warmem Wasser von 75 °C müssen in das Becken einfließen?

Aufgabe 10

Wie ist der Heizwert eines Stoffes definiert?

Aufgabe 11

Nennen Sie die Definition der Wärmeleistung einer Wärmequelle!

Aufgabe 12

Ein Verbrennungsmotor verbraucht bei einer Leistungsabgabe von 45 kW stündlich 15 Liter Benzin ($\rho_{\text{Benzin}} = 780 \text{ kg/m}^3$, $H_{\text{Benzin}} = 46 \text{ MJ/kg}$).

Berechnen Sie den Wirkungsgrad des Motors!

Aufgabe 13

Skizzieren Sie das Temperatur-Zeit-Diagramm eines elementaren Stoffes von dem festen bis zum gasförmigen Zustand bei konstanter Wärmezufuhr!

Aufgabe 14

Erklären Sie die physikalische Bedeutung der spezifischen Schmelzwärme!

Aufgabe 15

Nennen Sie einen Versuchsaufbau zur Bestimmung der spezifischen Schmelzwärme von Eis und geben Sie die dabei zu messenden Größen an!

Aufgabe 16

Erklären Sie mit eigenen Worten, warum es bei der Erstarrung des Wassers zu einer Volumenvergrößerung kommt!

Aufgabe 17

Zu 600 g Eis der Temperatur -4°C werden 300 g siedendes Wasser hinzugefügt.

Berechnen Sie die im Gemisch vorhandene Menge Eis!

Aufgabe 18

600 g siedendes Wasser und 500 g Eis der Temperatur 0°C werden in einem Kalorimeter gemischt. Die Mischungstemperatur beträgt 17°C .

Berechnen Sie die spezifische Schmelzwärme des Eises!

(Verluste im Kalorimeter u.a. können vernachlässigt werden!)

Aufgabe 19

In einem Kalorimeter der Wärmekapazität 200 J/K befinden sich 480 g Eis der Temperatur -4°C . Bei der Zugabe von 590 g Wasser stellt sich eine Mischungstemperatur von 10°C ein.

Bestimmen Sie die Temperatur des zugefügten Wassers!

Aufgabe 20

Erklären Sie die physikalische Bedeutung der Erstarrungswärme und der Verdampfungswärme!

Aufgabe 21

Erklären Sie den Unterschied zwischen Verdunsten und Verdampfen!

Aufgabe 22

Nennen Sie Anwendungen, bei denen die Druckabhängigkeit des Siedepunktes genutzt wird!

Aufgabe 23

Warum werden in Gegenden mit trockenem, heißem Klima Getränke zur Kühlung in porösen Tongefäßen aufbewahrt?

Aufgabe 24

In 12 kg Wasser von 21°C werden $1,3 \text{ kg}$ Dampf der Temperatur 100°C eingeleitet.

Berechnen Sie die Mischungstemperatur!

Aufgabe 25

Einer im Temperaturgleichgewicht befindlichen Mischung von 480 g Wasser und 510 g Eis wird Wasserdampf der Temperatur 100°C zugeführt.

Berechnen Sie die Menge Wasserdampf, die zugeführt werden muss, damit eine Wassertemperatur von 25°C entsteht!

Aufgabe 26

Erklären Sie die physikalische Bedeutung der spezifischen Wärmekapazität der Gase bei konstantem Druck!

Aufgabe 27

Welcher formelle Zusammenhang besteht zwischen den molaren und den spezifischen Wärmekapazitäten der Gase?

Aufgabe 28

Erklären Sie den Begriff „Volumenarbeit“ bei Gasen!

Aufgabe 29

Erklären Sie die Vorgänge bei der isobaren Zustandsänderung!

Aufgabe 30

Wie können Sie beim Carnotschen Kreisprozess die zugeführte oder abgegebene Arbeit bestimmen?

Aufgabe 31

Nennen Sie die Aussage des 2. Hauptsatzes der Thermodynamik!

Aufgabe 32

Beschreiben Sie die Wirkungsweise einer Kältemaschine und geben Sie den technischen Wirkungsgrad an!

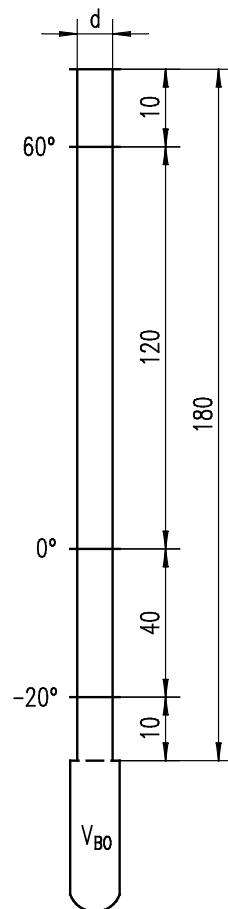
Aufgabe 33

Wie ändert sich die Entropie bei irreversiblen Vorgängen?

Aufgabe 34

Beschreiben Sie den Zusammenhang zwischen Entropie und Wahrscheinlichkeit!

**Realisierung
Komplexaufgabe
„Thermometer“**



Das Thermometer hat einen Temperaturmessbereich von -20 °C bis $+60\text{ °C}$.

Der Vorratsbehälter hat ein Volumen von $V_{B0} = 87\text{ mm}^3$.

Auf Grund des Einsatzgebietes darf die Länge der Kapillare 180 mm nicht überschreiten.

Tabelle der verfügbaren Kapillaren

d/mm	0,05	0,08	0,1	0,15	0,2	0,25	0,3
d/mm	0,35	0,4	0,45	0,5			

Aufgabe 1

Berechnen Sie zunächst den Durchmesser der Kapillare für den benötigten Temperaturbereich! Verwenden Sie dazu die vorgegebene Skizze!

Wählen Sie aus den in der Tabelle aufgeführten Kapillaren diejenige aus, die dem berechneten Durchmesser nahe kommt, und die beste Ablesegenauigkeit bietet!

Aufgabe 2

Berechnen Sie die neue Temperaturskala für die gewählte Kapillare und berechnen Sie die bei einer Fülltemperatur von 0 °C benötigte Menge Alkohol!

Lösungsanhang**Lösungen****1 Wärme und Temperatur****Aufgabe 1**

Flüssigkeitsthermometer, Bimetallthermometer, Thermoelement, Widerstandsthermometer, Strahlungspyrometer, Glühfarben, wärmeempfindliche Farbstoffe, Segerkegel

Aufgabe 2

Die Fixpunkte der Celsiusskala sind der Eispunkt des Wassers und der Siedepunkt des Wassers.

Fixpunkt der Kevintemperatur sind der absolute Nullpunkt und der Tripelpunkt des Wassers.

Aufgabe 3.1

$$T = 319 \text{ K}$$

Aufgabe 3.2

$$\vartheta = -250 \text{ °C}$$

Aufgabe 3.3

$$T = 215 \text{ K}$$

Aufgabe 3.4

$$\vartheta = -94 \text{ °C}$$

Aufgabe 3.5

$$\vartheta = 184 \text{ °C}$$

Aufgabe 4

$$\vartheta_2 = -19 \text{ °C}$$

Aufgabe 5

$$\Delta\vartheta = -99 \text{ K}$$

Aufgabe 6

Der Längenausdehnungskoeffizient α gibt an, um wie viel Meter sich ein Stab der Ausgangslänge 1 m bei 0 °C ausdehnt, wenn seine Temperatur um 1 K erhöht wird.

Aufgabe 7

Da α sehr klein ist, ist der Fehler, der bei der Verwendung der Näherungsformel entsteht, i.Allg. vernachlässigbar klein.

Aufgabe 8

Geg.: $l_1 = 300 \text{ m}$; $\vartheta_1 = 10 \text{ °C}$; $\vartheta_2 = 40 \text{ °C}$; $\vartheta_3 = -30 \text{ °C}$; $\alpha = 1,2 \cdot 10^{-5} \text{ 1/K}$
 Ges.: l_2, l_3

$$\Delta l = \alpha \cdot l_1 \cdot \Delta \vartheta$$

$$\underline{\underline{\Delta l_2 = 11 \text{ cm}}}$$

$$\underline{\underline{\Delta l_3 = -14 \text{ cm}}}$$

$$l_2 = 300,11 \text{ m}$$

$$l_3 = 299,86 \text{ m}$$

Aufgabe 9

Geg.: $\vartheta_2 = 100 \text{ °C}$; $l_2 = 18020 \text{ mm}$; $l_1 = 18000 \text{ mm}$; $\alpha = 3,0 \cdot 10^{-5} \text{ 1/K}$
 Ges.: ϑ_1

$$\Delta l = \alpha \cdot l_1 \cdot \Delta \vartheta$$

$$\Delta \vartheta = 37 \text{ K}$$

$$\Delta \vartheta = \vartheta_2 - \vartheta_1$$

$$\underline{\underline{\vartheta_1 = 63 \text{ °C}}}$$

Aufgabe 10

Geg.: $d_1 = 500 \text{ mm}$; $\Delta \vartheta = 228 \text{ K}$; $\alpha = 1,2 \cdot 10^{-5} \text{ 1/K}$
 Ges.: d_2, U_2

$$d_2 = d_1 \cdot (1 + \alpha \cdot \Delta \vartheta)$$

$$\underline{\underline{d_2 = 501,4 \text{ mm}}}$$

$$\underline{\underline{U = 1575,2 \text{ mm}}}$$

Aufgabe 11

$$l_g = l_0 \cdot (1 + \alpha \cdot \Delta \vartheta)$$

$$b_g = b_0 \cdot (1 + \alpha \cdot \Delta \vartheta)$$

$$A_0 = l_0 \cdot b_0$$

$$A_g = l_0 \cdot b_0 \cdot (1 + \alpha \cdot \Delta \vartheta)^2$$

$$A_g = l_0 \cdot b_0 \cdot (1 + 2 \cdot \alpha \cdot \Delta \vartheta + \alpha^2 \Delta \vartheta^2)$$

Der Term $\alpha^2 \Delta \vartheta^2$ kann vernachlässigt werden.

$$A_{\vartheta} = A_0(1 + 2 \cdot \alpha \cdot \Delta\vartheta)$$

2α ist der Flächenausdehnungskoeffizient.

Die Flächenausdehnungskoeffizient gibt an, um wie viel Quadratmeter sich eine Fläche von 1 m^2 bei 0°C ausdehnt, wenn die Temperaturerhöhung 1K beträgt.

Aufgabe 12

Bei der Herleitung des Volumenausdehnungsgesetzes für feste Körper wurden die Terme $3 \cdot \alpha^2 \cdot \Delta\vartheta^2$ und $\alpha^3 \cdot \Delta\vartheta^3$ vernachlässigt. Da α sehr klein ist, sind diese Terme noch kleiner und können im Rahmen der Messgenauigkeit vernachlässigt werden.

Aufgabe 13

Stahl und Beton haben nahezu den gleichen Ausdehnungskoeffizienten, deshalb reißt Stahlbeton bei Temperaturschwankungen nicht. Bei der Verwendung anderer Metalle würden Risse im Beton auftreten.

Aufgabe 14

Da Quarzglas einen sehr kleinen Ausdehnungskoeffizienten hat, ist die Volumenänderung bei Temperaturschwankungen sehr klein, und es treten nur geringe Spannungen im Glas auf.

Aufgabe 15

Geg.: $\Delta V = 0,01 \cdot V_0$; $\alpha = 0,05 \cdot 10^{-5} \text{ 1/K}$

Ges.: $\Delta\vartheta$

$$\Delta V = 3 \cdot \alpha \cdot V_0 \cdot \Delta\vartheta$$

$$\Delta\vartheta = \frac{0,01}{3 \cdot 0,05 \cdot 10^{-5} \frac{1}{\text{K}}}$$

$$\underline{\underline{\Delta\vartheta = 6667 \text{ K}}}$$

Aufgabe 16

Geg.: $\rho_2 = 7,53 \text{ kg/dm}^3$; $\vartheta_2 = 1200 \text{ }^\circ\text{C}$; $\vartheta_1 = 20 \text{ }^\circ\text{C}$; $\alpha = 1,2 \cdot 10^{-5} \text{ 1/K}$
 Ges.: ρ_1

$$\rho = \frac{m}{V}$$

$$V_1 = \frac{m}{\rho_1}$$

$$V_2 = \frac{m}{\rho_2}$$

$$V_2 = V_1 \cdot (1 + 3 \cdot \alpha \cdot \Delta\vartheta)$$

$$\rho_1 = 7,53 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3} \cdot \left(1 + 3 \cdot 1,2 \cdot 10^{-5} \frac{1}{\text{K}} \cdot 1180 \text{ K} \right)$$

$$\underline{\underline{\rho_1 = 7,85 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}}}$$

Aufgabe 17

Geg.: $\vartheta_1 = 1100 \text{ }^\circ\text{C}$; $\vartheta_2 = 20 \text{ }^\circ\text{C}$; $\Delta V = -0,034 \cdot V_1$
 Ges.: α

$$\Delta V = 3 \cdot \alpha \cdot V_1 \cdot \Delta\vartheta$$

$$\alpha = \frac{\Delta V}{3 \cdot V_1 \cdot \Delta\vartheta}$$

$$\underline{\underline{\alpha = 1,05 \cdot 10^{-5} \frac{1}{\text{K}}}}$$

Aufgabe 18

Geg.: $\vartheta_1 = 15 \text{ }^\circ\text{C}$; $d_1 = 200 \text{ mm}$; $\Delta A = 0,01 \cdot A_1$; $\alpha = 3,00 \cdot 10^{-5} \text{ 1/K}$
 Ges.: ϑ_2

$$\Delta A = 2 \cdot \alpha \cdot A_1 \cdot \Delta\vartheta$$

$$\underline{\underline{\vartheta_2 = 182 \text{ }^\circ\text{C}}}$$

Aufgabe 19

Da das Streichholz zuerst das Glasgefäß erwärmt, dehnt sich dieses aus, bevor sich das Quecksilber ausdehnt. Dadurch sinkt zunächst die Quecksilbersäule. Erwärmt sich auch das Quecksilber, so dehnt es sich stärker aus als das Glasgefäß, und die Quecksilbersäule steigt.

Aufgabe 20

Die Näherungsformel ist bei Flüssigkeiten wesentlich ungenauer als bei festen Stoffen, da die Volumenausdehnungskoeffizienten der Flüssigkeiten um den Faktor 10 größer sind als die von festen Körpern.

Aufgabe 21

Geg.: $V_1 = 3,5 \text{ m}^3$; $\vartheta_1 = 14 \text{ }^\circ\text{C}$; $\vartheta_2 = 75 \text{ }^\circ\text{C}$; $\beta = 1,8 \cdot 10^{-4} \text{ 1/K}$

Ges.: ΔV

$$\Delta V = V_1 \cdot \beta \cdot \Delta \vartheta$$

$$\underline{\underline{\Delta V = 38 \text{ l}}}$$

Aufgabe 22

Geg.: $V_1 = 220 \text{ dm}^3$; $\vartheta_1 = 20 \text{ }^\circ\text{C}$; $\vartheta_2 = 45 \text{ }^\circ\text{C}$; $\alpha = 2,4 \cdot 10^{-5} \text{ 1/K}$; $\beta = 11 \cdot 10^{-4} \text{ 1/K}$

Ges.: ΔV

Volumen des Fasses bei $45 \text{ }^\circ\text{C}$

$$V_2 = V_1 \cdot (1 + 3 \cdot \alpha \cdot \Delta \vartheta)$$

$$V_2 = 220,396 \text{ dm}^3$$

Berechnung des Volumens des Alkohols bei $20 \text{ }^\circ\text{C}$.

$$V_3 = V_2 \cdot (1 + \beta \cdot \Delta \vartheta)$$

$$V_3 = 214,335 \text{ dm}^3$$

$$\Delta V = V_1 - V_3$$

$$\underline{\underline{\Delta V = 5,7 \text{ dm}^3}}$$

Aufgabe 23

Ein ideales Gas liegt dann vor, wenn das Gesetz von Gay-Lussac mit dem Wert $\beta = 3,661 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$ von dem Gas bei jeder Dichte exakt erfüllt wird.

Aufgabe 24

Der Volumenausdehnungskoeffizient β gibt an, um wie viel Kubikmeter sich ein Gas bei konstantem Druck mit dem Ausgangsvolumen 1 m^3 bei $0 \text{ }^\circ\text{C}$ ausdehnt, wenn seine Temperatur um 1 K erhöht wird.

Aufgabe 25

Das Gay-Lussac'sche Gesetz beschreibt eine Gerade. Beim Schnittpunkt dieser Geraden mit der Temperaturachse ist das Volumen eines idealen Gases gleich Null und die tiefste mögliche Temperatur erreicht.

Aufgabe 26

Das Gesetz von Amontons beschreibt die Druckänderung eines Gases bei einer Temperaturänderung und konstantem Volumen.

Aufgabe 27

Beide Gleichungen treffen die Aussage, dass der Term $p \cdot V / T$ eine Konstante ist. Bei der universellen Gasgleichung wird diese Konstante aus den Normalbedingungen und der Stoffmenge berechnet.

Aufgabe 28

Bei der **Wärmeleitung** findet der Energietransport durch einen Stoff ohne Materietransport statt.

Bei der **Konvektion** strömt das die Wärmemenge enthaltende Medium.

Bei der **Wärmestrahlung** wird der Energietransport durch elektromagnetische Wellen bewirkt.

Aufgabe 29

Der Wärmeleitkoeffizient gibt den Wärmestrom an, der durch 1 m^2 einer 1 m dicken Schicht eines Stoffes bei einem Temperaturunterschied von 1 K fließt.

Aufgabe 30

Geg.: $d = 0,02 \text{ m}$; $\Delta\vartheta = 10 \text{ K}$; $A = 0,5 \text{ m}^2$; $\lambda = 200 \text{ W/(m} \cdot \text{K)}$; $t = 600 \text{ s}$
Ges.: Q

$$Q = \dot{Q} \cdot t \quad \text{mit} \quad \dot{Q} = \lambda \cdot A \cdot \frac{\vartheta_1 - \vartheta_2}{d}$$

$$Q = \lambda \cdot A \cdot \frac{\Delta\vartheta}{d} \cdot t$$

$$\underline{\underline{Q = 3,0 \cdot 10^7 \text{ Js}}}$$

Aufgabe 31

Der Wärmeübergang beschreibt, welche Wärmemenge von einem flüssigen oder gasförmigen Körper bei einem bestimmten Temperaturunterschied auf einen festen Körper übergeht.

Der Wärmedurchgang beschreibt, welche Wärmemenge bei einem Temperaturunterschied von einem flüssigen oder gasförmigen Körper durch eine feste Wand auf einen zweiten flüssigen oder gasförmigen Körper übergeht.

Aufgabe 32

Aus der spektralen Verteilung der Wärmestrahlung kann die Temperatur des Strahlers bestimmt werden.

Aufgabe 33

Das Absorptionsvermögen eines Körpers gibt an, welcher Anteil der auftreffenden Strahlung vom Körper aufgenommen wird.

2 Wärme als Energieart und Energieträger**Aufgabe 1**

Der erste Hauptsatz der Thermodynamik behandelt den Satz von der Erhaltung der Energie. In einem abgeschlossenen System ist die Summe aller Energien konstant. Der Energiebetrag kann nur durch den Austausch von mechanischer oder thermischer Energie mit der Umgebung geändert werden.

Aufgabe 2

Die innere Energie ist die Summe aller Energien eines thermodynamischen Systems. (Thermische Energie, chemische Energie, nukleare Energie)

Aufgabe 3

Die spezifische Wärmekapazität gibt die Wärmemenge an, die benötigt wird, um die Temperatur von 1 kg eines Stoffes um 1 K zu erhöhen.

Aufgabe 4

Geg.: $m = 35 \text{ kg}$; $\vartheta_1 = 16 \text{ }^\circ\text{C}$; $\vartheta_2 = 75 \text{ }^\circ\text{C}$; $c_w = 4,19 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$

Ges.: ΔQ

$$\Delta Q = c_w \cdot m \cdot \Delta \vartheta$$

$$\underline{\underline{\Delta Q = 8,65 \text{ MJ}}}$$

Aufgabe 5

Geg.: $m = 200 \text{ g}$; $\Delta Q = 39 \text{ kJ}$; $\vartheta_1 = 20 \text{ }^\circ\text{C}$; $\vartheta_2 = 520 \text{ }^\circ\text{C}$

Ges.: c

$$\Delta Q = c \cdot m \cdot \Delta \vartheta$$

$$\underline{\underline{c = 0,39 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}}}}$$

Aufgabe 6

Die Wärmekapazität eines Körpers gibt die Wärmemenge an, die für eine Temperaturerhöhung von 1 K bei dem betreffenden Körper benötigt wird.

Aufgabe 7

Die Mischungsregel basiert auf dem Gesetz von der Erhaltung der Energie. Sie sagt aus: Bei einer Mischung von Körpern unterschiedlicher Temperatur wird die von den wärmeren Körpern abgegebene Wärmemenge von den kälteren aufgenommen, bis das thermische Gleichgewicht hergestellt ist.

Aufgabe 8

Geg.: $m_w = 15 \text{ kg}$; $\vartheta_1 = 18 \text{ }^\circ\text{C}$; $\vartheta_M = 40 \text{ }^\circ\text{C}$; $\vartheta_2 = 850 \text{ }^\circ\text{C}$; $c_w = 4,19 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}}$

$$c_{st} = 0,670 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}}$$

Ges.: m_2

$$\Delta Q_{ab} = \Delta Q_{auf}$$

$$\Delta Q_{ab} = c_{st} \cdot m_2 \cdot (\vartheta_2 - \vartheta_M)$$

$$\Delta Q_{auf} = c_w \cdot m_1 \cdot (\vartheta_M - \vartheta_1)$$

$$\underline{\underline{m_2 = 2,5 \text{ kg}}}$$

Aufgabe 9

Geg.: $l = 25 \text{ m}$; $b = 8 \text{ m}$; $h = 1,8 \text{ m}$; $\vartheta_M = 24 \text{ }^\circ\text{C}$; $\vartheta_1 = 11 \text{ }^\circ\text{C}$; $\vartheta_2 = 75 \text{ }^\circ\text{C}$;

$$\rho_w = 1 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}$$

Ges.: m_1 ; m_2

Berechnung der gesamten Wassermasse:

$$m_w = \rho_w \cdot V_w$$

$$m_w = 360\,000 \text{ kg}$$

Vom Kaltwasser m_1 aufgenommene Wärmemenge:

$$\Delta Q_{auf} = c_w \cdot m_1 \cdot (\vartheta_M - \vartheta_1)$$

Vom Warmwasser $m_2 = m_w - m_1$ abgegebene Wärmemenge:

$$\Delta Q_{ab} = c_w \cdot (m_w - m_1) \cdot (\vartheta_2 - \vartheta_M)$$

Energieerhaltung:

$$\Delta Q_{ab} = \Delta Q_{auf}$$

$$\underline{\underline{m_1 = 287 \cdot 10^3 \text{ kg}}}$$

$$\underline{\underline{m_2 = 73 \cdot 10^3 \text{ kg}}}$$

$$\underline{\underline{V_1 = 2,87 \cdot 10^5 \text{ l}}}$$

$$\underline{\underline{V_2 = 7,3 \cdot 10^4 \text{ l}}}$$

Aufgabe 10

Der Heizwert gibt die bei der Verbrennung von 1 kg eines Stoffes frei werdende Wärmemenge an.

Aufgabe 11

Die Wärmeleistung gibt die pro Zeiteinheit frei werdende Wärmeenergie einer Wärmequelle an.

Aufgabe 12

Geg.: $P_{ab} = 45 \text{ kW}$; $t = 1 \text{ h} = 3600 \text{ s}$; $V = 15 \text{ dm}^3 = 0,015 \text{ m}^3$; $\rho = 780 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$

$$H = 46 \frac{\text{MJ}}{\text{kg}}$$

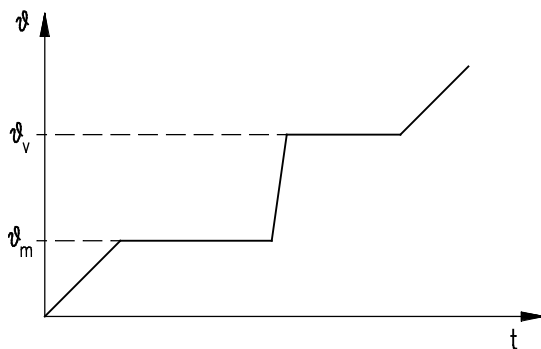
Ges.: η

$$\eta = \frac{P_{ab}}{P_{auf}}$$

$$P_{auf} = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$$

$$\eta = \frac{P_{ab} \cdot t}{H \cdot \rho \cdot V}$$

$$\eta = 0,30$$

Aufgabe 13**Aufgabe 14**

Die spezifische Schmelzwärme gibt an, welche Energiemenge notwendig ist, um 1 kg eines bestimmten Stoffes bei Schmelztemperatur in den flüssigen Zustand zu überführen.

Aufgabe 15

In einem Kalorimeter wird Eis mit warmen Wasser gemischt und die Mischungstemperatur im thermischen Gleichgewicht bestimmt.

Folgende Größen sind zu bestimmen: Masse und Temperatur des Eises, Masse und Temperatur des warmen Wassers, Mischungstemperatur

Aufgabe 16

Bei der Erstarrung des Wassers bildet sich eine Kristallstruktur mit großen stofffreien Zwischenräumen. Diese Zwischenräume bewirken die Volumenzunahme bei der Erstarrung.

Aufgabe 17

Geg.: $m_E = 600 \text{ g}$; $\vartheta_E = -4 \text{ }^\circ\text{C}$; $c_E = 2,1 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$; $m_W = 300 \text{ g}$; $\vartheta_W = 100 \text{ }^\circ\text{C}$;

$c_W = 4,19 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$; $q_m = 335 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$; $\vartheta_M = 0,0 \text{ }^\circ\text{C}$

Ges.: m (Masse des Eises, das nicht geschmolzen ist).

$$\Delta Q_{ab} = c_W \cdot m_W \cdot (\vartheta_W - \vartheta_M)$$

$$\Delta Q_{auf} = c_E \cdot m_E \cdot (\vartheta_M - \vartheta_E) + q_m \cdot (m_E - m)$$

Energieerhaltung:

$$\Delta Q_{ab} = \Delta Q_{auf}$$

$$m_E - m = 0,360 \text{ kg}$$

$$m = m_E - 0,360 \text{ kg}$$

$$\underline{\underline{m = 240 \text{ g}}}$$

Aufgabe 18

Geg.: $m_W = 600 \text{ g}$; $\vartheta_W = 100 \text{ }^\circ\text{C}$; $m_E = 500 \text{ g}$

$\vartheta_E = 0 \text{ }^\circ\text{C}$; $\vartheta_M = 17 \text{ }^\circ\text{C}$; $c_W = 4,19 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$

Ges.: q_m

Vom Eis und Wasser aufgenommene Wärmemenge:

$$\Delta Q_{auf} = q_m \cdot m_E + c_W \cdot m_W \cdot (\vartheta_M - 0 \text{ }^\circ\text{C})$$

Vom warmen Wasser abgegebene Wärmemenge:

$$\Delta Q_{ab} = c_W \cdot m_W \cdot (\vartheta_W - \vartheta_M)$$

Energieerhaltung:

$$\Delta Q_{ab} = \Delta Q_{auf}$$

$$q_m = \frac{c_W \cdot m_W (\vartheta_W - \vartheta_M) - c_W \cdot m_E \cdot \vartheta_M}{m_E}$$

$$q_m = 346 \text{ kJ/kg}$$

Aufgabe 19

Geg.: $C = 200 \frac{\text{J}}{\text{K}}; m_E = 480 \text{ g}; \vartheta_E = -4 \text{ }^\circ\text{C}; m_W = 590 \text{ g};$

$$\vartheta_M = 10 \text{ }^\circ\text{C}; c_E = 2,10 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}}; q_m = 335 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}; c_W = 4,19 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}}$$

$$\Delta Q_{ab} = c_W \cdot m_W \cdot (\vartheta_W - \vartheta_M)$$

$$\Delta Q_{auf} = c_E \cdot m_E \cdot (0 \text{ }^\circ\text{C} - \vartheta_E) + q_m \cdot m_E + c_W \cdot m_E \cdot (\vartheta_M - 0 \text{ }^\circ\text{C}) + C \cdot (\vartheta_M - \vartheta_E)$$

$$\Delta Q_{ab} = \Delta Q_{auf}$$

$$\underline{\underline{\vartheta_W = 86 \text{ }^\circ\text{C}}}$$

Aufgabe 20

Die Erstarrungswärme ist die Wärmemenge, die bei der Erstarrung eines Körpers bei der Erstarrungstemperatur frei wird.

Die Verdampfungswärme ist die Wärmemenge, die bei der Phasenumwandlung flüssig gasförmig bei der Siedetemperatur benötigt wird.

Aufgabe 21

Verdampfen ist der Übergang von dem flüssigen in den gasförmigen Aggregatzustand bei der Siedetemperatur.

Verdunsten ist der Übergang von dem flüssigen in den gasförmigen Aggregatzustand bei einer beliebigen Temperatur.

Aufgabe 22

Schnellkochtopf, Autoklaven

Aufgabe 23

In den porösen Gefäßen verdunstet ständig Flüssigkeit. Die benötigte Verdunstungswärme wird der Flüssigkeit entzogen, wodurch diese abkühlt.

Aufgabe 24

$$\text{Geg.:} \quad m_W = 12 \text{ kg}; \vartheta_W = 21 \text{ }^\circ\text{C}; m_D = 1,3 \text{ kg}; \vartheta_D = 100 \text{ }^\circ\text{C};$$

$$c_W = 4,19 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}}; r_V = 2257 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

$$\text{Ges.:} \quad \vartheta_M$$

$$\Delta Q_{\text{auf}} = c_W \cdot m_W \cdot (\vartheta_M - \vartheta_W)$$

$$\Delta Q_{\text{ab}} = r_V \cdot m_D + c_W \cdot m_D \cdot (\vartheta_D - \vartheta_M)$$

$$\Delta Q_{\text{auf}} = \Delta Q_{\text{ab}}$$

$$\underline{\underline{\vartheta_M = 81 \text{ }^\circ\text{C}}}$$

Aufgabe 25

$$\text{Geg.:} \quad m_W = 480 \text{ g}; m_E = 510 \text{ g}; \vartheta_W = \vartheta_E = 0 \text{ }^\circ\text{C}; \vartheta_D = 100 \text{ }^\circ\text{C}; \vartheta_M = 25 \text{ }^\circ\text{C}$$

$$c_W = 4,19 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}}; q_m = 335 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}; r_V = 2257 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

$$\text{Ges.:} \quad m_D$$

$$\Delta Q_{\text{ab}} = r_V \cdot m_D + c_W \cdot m_D \cdot (\vartheta_D - \vartheta_M)$$

$$\Delta Q_{\text{auf}} = q_m \cdot m_E + c_W \cdot m_E \cdot (\vartheta_M - 0 \text{ }^\circ\text{C}) + c_W \cdot m_W \cdot (\vartheta_M - \vartheta_W)$$

$$\Delta Q_{\text{ab}} = \Delta Q_{\text{auf}}$$

$$\underline{\underline{m_D = 0,107 \text{ kg}}}$$

Aufgabe 26

Die spezifische Wärmekapazität c_p gibt die Wärmemenge an, die benötigt wird, um die Temperatur von 1 kg eines Gases bei konstantem Druck um 1 K zu erhöhen.

Aufgabe 27

$$C_{mV} = M_r \cdot c_V \text{ und } C_{mP} = M_r \cdot c_p$$

Aufgabe 28

Die Volumenarbeit ist die Energiemenge, die bei der Volumenänderung eines Gases gegen den Umgebungsdruck aufgebracht werden muss.

Aufgabe 29

Bei der isobaren Zustandsänderung kommt es auf Grund der Zufuhr einer Wärmemenge zu einer Temperaturerhöhung und Volumenvergrößerung. Der Druck des Gases bleibt dabei konstant.

Aufgabe 30

Die von der Kurve im Diagramm des Carnotschen Kreisprozesses eingeschlossene Fläche stellt die zugeführte oder geleistete Arbeit dar.

Aufgabe 31

Periodisch arbeitende Maschinen geben immer einen Teil der zugeführten Wärmeenergie wieder als Wärmeenergie ab, ohne Sie in mechanische Energie umzuwandeln.

Aufgabe 32

Einem System niedriger Temperatur T_2 wird unter Aufbringung von mechanischer Arbeit eine Wärmemenge entzogen und an ein System mit der höheren Temperatur T_1 abgegeben.

$$\eta_{KM} = T_2 / (T_1 - T_2)$$

Aufgabe 33

Bei irreversiblen Vorgängen wird die Entropie größer.

Aufgabe 34

Von den verschiedenen Zuständen eines Systems, ist die Entropie in dem System mit der größten Wahrscheinlichkeit am höchsten.

Komplexaufgabe „Thermometer“**Aufgabe 1**

Berechnung des Durchmessers der Kapillare d:

$$\Delta V = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot h_1 \quad ; \quad h_1 = 120 \text{ mm}$$

$$V_0 = V_{B0} + \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot h_2 \quad ; \quad h_2 = 50 \text{ mm} \quad ; \quad V_{B0} = 87 \text{ mm}^3$$

$$\Delta V = V_0 \cdot \beta_{AL} \cdot \Delta \vartheta \quad ; \quad \Delta \vartheta = 60 \text{ K} \quad ; \quad \beta_{AL} = 11 \cdot 10^{-4} \cdot \frac{1}{\text{K}}$$

$$\frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot 120 \text{ mm} = \left(87 \text{ mm}^3 + \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot 50 \text{ mm} \right) \cdot 11 \cdot 10^{-4} \cdot 60$$

$$\left(\frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot 120 - \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot 50 \cdot 11 \cdot 10^{-4} \cdot 60 \right) \text{ mm} = 87 \cdot 11 \cdot 10^{-4} \cdot 60 \text{ mm}^3$$

$$d^2 \left[\frac{\pi}{4} \cdot (120 - 50 \cdot 11 \cdot 10^{-4} \cdot 60) \right] \text{ mm} = 87 \cdot 11 \cdot 10^{-4} \cdot 60 \text{ mm}^3$$

$$d^2 = \frac{87 \cdot 11 \cdot 10^{-4} \cdot 60}{\frac{\pi}{4} \cdot (120 - 50 \cdot 11 \cdot 10^{-4} \cdot 60)} \text{ mm}^2 = 0,062647313 \text{ mm}^2$$

$$d = \underline{\underline{0,250294453 \text{ mm}}}$$

Gewählt wird die Kapillare mit $d = 0,25 \text{ mm}$.

Aufgabe 2

$$V_0 = V_{B0} + \frac{\pi \cdot 0,25^2}{4} \cdot 50 \text{ mm}^3$$

$$V_0 = 87 \text{ mm}^3 + \pi \cdot 50 \cdot \frac{0,25^2}{4} \text{ mm}^3 = \underline{\underline{89,45 \text{ mm}^3}}$$

Berechnung von h_{60}° :

$$\Delta V = V_0 \cdot \beta \cdot \Delta \vartheta$$

$$\Delta V = 89,45 \text{ mm}^3 \cdot 11 \cdot 10^{-4} \cdot \frac{1}{\text{K}} \cdot 60 \text{ K}$$

$$\Delta V = 5,904 \text{ mm}^3$$

$$\Delta V = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot h_{60}$$

$$h_{60} = \frac{\Delta V \cdot 4}{\pi \cdot d^2} = \frac{5,904 \text{ mm}^3 \cdot 4}{\pi \cdot (0,25 \text{ mm})^2}$$

$$h_{60} = \underline{\underline{120,2 \text{ mm}}}$$

Berechnung von h_{-20} :

$$\Delta V = V_0 \cdot \beta \cdot \Delta \vartheta$$

$$\Delta V = V_0 \cdot 11 \cdot 10^{-4} \cdot (-20) \text{ mm}^3$$

$$\Delta V = -1,97 \text{ mm}^3$$

$$h_{-20} = \frac{\Delta V \cdot 4}{\pi \cdot 0,0625} \text{ mm}$$

$$h_{-20} = \underline{\underline{-40,1 \text{ mm}}}$$

Abstand Messstriche a:

$$a = \underline{\underline{2,006 \text{ mm}}}$$